

❧ Baccalauréat Cameroun et Tchad juin 1961 ❧

Série mathématiques

I. EXERCICE 1

Montrer que la fraction $\frac{4859}{623}$ est irréductible.

I. EXERCICE 2

Résoudre et discuter

$$\cos 2x = m(\cos x + \sin x).$$

II.

On donne un cercle (O), de centre O et de rayon R, et une droite sécante (D), parallèle à l'un de ses diamètres, AB.

S étant un point quelconque de (D), les droites SA et SB recoupent en A' et B' le cercle (O).

1. En utilisant l'inversion de pôle S et de puissance convenablement choisie, montrer que le cercle (O) est orthogonal au cercle (M) circonscrit à SA'B' et que ce dernier reste tangent à (D) quand S varie.
2. Montrer que le cercle (F) tangent à AB en O et appartenant au faisceau défini par (O) et (D) est tangent au cercle (M).
3. Lieu (P) du centre M du cercle (M) quand S varie sur (O). Montrer que la tangente à (P) est perpendiculaire à OS.
4. OS recoupe (F) en T et coupe A'B' en N. Montrer que A'B' et la tangente en T à (F) se coupent en un point, I, sur (D).

Rôle du point I pour les trois cercles (M), (F) et (O) ?

Que peut-on en conclure pour les droites A'B' et ST relativement au cercle (M) ?

Montrer que la division (ONTS) est harmonique.

5. On suppose maintenant que (D) est tangente à (O) et on appelle C le point de contact.

Que devient le cercle (F) ?

La droite CN le recoupe en U ; les droites CT et OU se coupent en H. NH rencontre OC en N'.

Démontrer que NH est perpendiculaire à OC et que H est le milieu de NN'.

Montrer que le cercle de diamètre NH est orthogonal à (F).