

# Une carte interactive de l'histoire des mathématiques

Henrique Vilas Boas

*Voyager dans le temps et l'espace en mathématiques est désormais possible avec la carte interactive proposée par Henrique Vilas Boas sur le site « Le portail des IREM ». On se promène avec sa souris sur la carte et on clique sur un symbole ( $\pi$ , rectangle d'or, ampoule, fractal, dé,...) : une fenêtre s'ouvre alors avec une description d'un jeu, d'un personnage, d'une découverte et s'accompagne systématiquement de liens vers des ressources en histoire des maths pour la classe, précisant le public visé et la partie mathématique concernée. Cette carte devrait permettre à chacun d'entre nous de compléter son corpus documentaire sur l'histoire et la culture des mathématiques et nous aider à enrichir nos cours.*

*PLOT reprend ici en partie le texte écrit par Henrique Vilas Boas sur le site de la commission inter-IREM où est publiée la carte. (<http://bit.ly/CarteMaths>)*

## **Comment m'est venue cette idée d'une carte interactive sur l'histoire et la culture des mathématiques.**

J'enseigne depuis quinze ans en réseau d'éducation prioritaire ; j'ai aussi enseigné en lycée et j'ai été formateur au service d'un centre académique de ressources pour l'éducation prioritaire, la prévention de la violence et l'accueil des élèves allophones et des enfants du voyage. Actuellement, j'enseigne dans un REP+ et je suis chargé d'étude au centre Alain Savary à l'Institut Français d'Éducation à l'École Normale Supérieure de Lyon. Depuis fort longtemps, je suis abonné au magazine « Tangente », promoteur d'une ouverture des mathématiques aux autres champs de savoirs, défenseur de l'idée que les mathématiques sont une culture qui transcende tous les pays, toutes les nations. Depuis très jeune, j'ai perçu l'universalité du langage mathématique. Au gré de mes voyages, que ce soit avec un étudiant vietnamien à Hô-chi-Minh Ville, à Stockholm en Suède, à Glasgow en Écosse ou avec de jeunes Marocains à Fès, les discussions

autour de concepts mathématiques à l'aide de schémas et de figures étaient un plaisir unique, une impression de partager des connaissances communes, sans patrie, ni religion. Depuis de nombreuses années, je sillonne avec mon frère les Journées Nationales de l'APMEP, et chaque rencontre et échange dans une ville différente me fascine, tant cette culture mathématique est porteuse de valeurs humanistes : le goût de la beauté et de la vérité, de la maternelle à l'université. Dans les classes, pour peu qu'on puisse trouver les portes d'entrée efficaces, je me suis toujours émerveillé devant les élèves qui découvriraient combien le langage mathématique permettait de découvrir le monde, que son usage n'était pas seulement utilitaire, mais permettait aussi de penser et de conceptualiser. Je pense que la philosophie devrait être enseignée très tôt et partout, pas seulement au lycée, et les mathématiques sont un moment pédagogique privilégié pour la travailler car elle la nourrit de concepts (le point, l'infini, la vérité, la démonstration, le calcul, la modélisation, la représentation, le raisonnement,...).

Henrique Vilas Boas enseigne au collège Paul-Emile Victor à Rillieux-la-Pape et il est chargé d'étude au centre Alain Savary-Ifé-ENS.

Un numéro spécial de « Pour la science » d'avril 2005 s'intitulait « Mathématiques exotiques », une révélation passionnante au grand public de l'incroyable universalité des savoirs mathématiques, conscients ou non. En première page se trouvait une carte du monde avec différents endroits, servant de sommaire original. En un coup d'œil on repérait les carrés magiques dans le Maghreb, les *kolams* en Inde du sud, l'astronomie en Chine, les *sangakus* au Japon, les mathématiques en relation avec le corps des Indiens d'Amérique, les entrelacs celtes, les *quipus* incas... Une source intarissable de sujets à faire vivre avec les élèves, car la prise de conscience de cette universalité des savoirs est de notre responsabilité et n'a rien d'évident. Et seules les médiations par l'histoire (avec un petit ou un grand « H ») et les récits sont possibles. Que ce soit l'APMEP, le magazine « Tangente », « Pour la science » et bien d'autres lectures, je leur dois beaucoup dans l'idée d'imaginer cette carte.

En tant que formateur académique, j'ai mené des actions de formation recherche dans l'académie de Lyon. L'une d'elles, nommée « Nourissement culturel » consistait à construire des séquences d'enseignement intégrant des séances ayant pour vocation des ouvertures historiques et culturelles en prise avec les savoirs mathématiques. Le moteur de notre travail était : « tous chercheurs, tous conférenciers ! ». Élèves, enseignants, conseillers pédagogiques de circonscription, coordonnateurs de réseau, pilotes, ... , ont goûté au plaisir de rencontrer des savoirs mathématiques construits et utilisés au bout du monde, de comprendre collectivement que les mathématiques, ce n'était pas un ici et maintenant aveuglé par des tâches parfois trop techniques et

formelles. Mais cela ne suffit pas d'être une poignée de convaincus pour irriguer son enseignement d'une approche historique et culturelle. Depuis longtemps, les formations initiales et continues des enseignants en mathématiques sont timides sur ce point et les manuels scolaires proposant ce type d'approche le font plutôt dans un esprit de parure en fin de chapitre. Cela a le mérite d'exister mais ne peut engager que quelques curieux et passionnés, pas tout un collectif d'enseignants. L'intégration dans le socle commun de 2005 du pilier cinq concernant la dimension humaniste à toutes les disciplines a été un pas important, mais peu développé en mathématiques. Dix ans après, l'intégration dans les nouveaux programmes de 2015 de la dimension historique en mathématiques est sans doute un tournant fort, mais seul l'avenir nous le dira. Gageons que la carte interactive puisse modestement permettre aux néophytes en la matière de s'engager dans cette direction avec une vision synthétique permettant de gagner un temps précieux dans l'organisation de leur travail de préparation.

### **L'approche historique et culturelle des mathématiques dans les programmes : de nouveaux angles pour l'apprentissage et l'enseignement.**

Que ce soit dans les programmes de la refondation de l'école (2015) ou dans le référentiel de l'éducation prioritaire (2013), la question de la confrontation explicite des élèves aux dimensions culturelles et historiques des mathématiques est nouvelle. Toutefois, depuis de nombreuses années, on trouve des travaux de recherche et de nombreux ouvrages pédagogiques et culturels qui irriguent ces formes d'enseignement, celles-ci étant

ensuite plus ou moins mises en œuvre. La naissance des IREM dans les années 70 a contribué à une mise en lumière des aspects historiques et épistémologiques de notre discipline. Le travail de plusieurs groupes académiques, regroupés en commission Inter IREM, a donné lieu à publication de nombreuses brochures.

Ainsi, des enseignants, par des initiatives personnelles ou collectives (impulsions au sein d'une équipe, d'une circonscription, d'un réseau...) garnissent leur enseignement de récits convoquant des mondes extra-scolaires, en particulier des récits nourris de culture mathématique (anecdotes, références à des sites, usage de documents authentiques, ouvrages, en particulier certains manuels scolaires, conférences...). Mais cela ne découlait pas jusqu'ici d'une demande explicite des programmes en mathématiques (même si, dans l'ancienne version du socle, le pilier cinq, dit « culture humaniste », pouvait servir de garantie institutionnelle pour ce type d'entreprise).

Dorénavant, suite à la refondation de l'École, le socle commun a été enrichi du terme « culture », venant s'ajouter à ceux de « connaissances » et « compétences » déjà existants. Toutes les disciplines sont concernées, les mathématiques en particulier. Dès lors, un faisceau de nouvelles questions se présente : de quelle culture, de quelle histoire parle-t-on ? Quelle histoire mathématique enseigner ? Quelles formes pédagogiques ? Étude de textes authentiques, conférences-débat, conférence-atelier, mise en scène sous forme de saynètes, recherche multimédia..., y aurait-il des « incontournables » ou au contraire faut-il viser la diversité ? Et

enfin, quelle formation initiale et continue pour les enseignants du premier et du second degré, sur ces formes d'enseignement ? En quoi la confrontation aux dimensions culturelles et historiques des mathématiques pose-elle de nouveaux dilemmes aux enseignants ?

### **Peut-on calquer la construction des savoirs par les élèves sur celle des savoirs dans l'histoire ?**

La prise en compte de la rencontre de l'épistémologie (construction des savoirs mathématiques dans l'histoire) et de la didactique (construction des savoirs par les apprenants) implique de penser le lien entre les deux dynamiques. Notons que l'une ne peut pas se calquer stricto-sensu sur l'autre. C'est le cas de l'exemple de l'enchaînement « nombres naturels, fractions puis nombre décimal » qui est historique ; toutefois il y a fort à parier que les obstacles rencontrés par l'Humanité sont des obstacles pour les élèves. L. Desmet<sup>1</sup> explique : *Cette approche [nombres naturels, fractions puis nombre décimal] est pertinente à condition d'inhiber certaines connaissances sur les entiers naturels pour comparer les fractions par exemple ( $1/4$  est plus petit que  $1/3$  malgré la connaissance que l'on a des entiers 3 et 4 et de leur ordre).* Certains chercheurs qui se sont exprimés, pensent que *la compréhension du système décimal est plus essentielle à la compréhension des nombres décimaux que la compréhension des fractions*, et tempèrent en expliquant qu'*il est impensable d'aborder les nombres décimaux sans que le fractionnement de l'unité en parts égales n'ait été abordé au préalable.*

<sup>1</sup> L. Desmet (2015) <http://bit.ly/NotionNombre>

**Les nouveaux gestes pédagogiques pour une approche historique et culturelle des mathématiques.**

L'approche épistémologique demande un rapport au savoir qui s'inscrit dans le temps et l'espace. Les savoirs sont ainsi recontextualisés. Cette approche demande l'élaboration d'un corpus documentaire, qui n'est ni l'échafaudage de concepts, ni l'usage de techniques de résolution de problème, mais une médiation entre ces derniers et l'histoire de la construction des savoirs mathématiques et de leurs usages.

Cet aspect est, pour certains enseignants, complètement étranger ; il est loin d'être évident de travailler à partir de documents historiques dans la classe. D'autre part, ce corpus n'est pas facilement identifiable tant il est vaste, et il n'est pas toujours adapté en l'état pour une mise en forme pédagogique et didactique, d'autant que les enseignants, formateurs, pilotes, premier ou second degré, n'ont pas forcément croisé, de manière institutionnelle, dans leur formation, la question de l'enseignement d'aspects culturels et historiques des mathématiques. G. Brousseau<sup>2</sup> nous rappelle que *les obstacles didactiques d'origine épistémologique sont ceux auxquels on ne peut, ni ne doit échapper, du fait même de leur rôle constitutif dans la connaissance visée. On peut les retrouver dans l'histoire des concepts eux-mêmes. Cela ne veut pas dire qu'on doit amplifier leur effet ni qu'on doit reproduire en milieu scolaire les conditions historiques où on les a vaincus.*

**Comment les langues, terreaux de cultures, portent en elles des concepts pour parler mathématiques.**

L'approche culturelle des mathématiques soulève des difficultés qui peuvent être présentes au cœur de la langue française. C'est le cas des transcodages entre structure des mots-nombres et chiffres-nombres : le passage de *quatre-vingt-dix* à *90*, abordé au cycle 2, est emblématique d'un transcodage difficile et opaque quant aux structures sous-jacentes. Tout comme est difficile le transcodage des mots-nombres entre langues, même issues de la francophonie : *quatre-vingt-dix* en France se dit *nonante* en Belgique.

Il peut sembler difficile pour certains enseignants de faire vivre d'autres langues dans leur classe, peut-être pour ne pas brouiller leur message didactique par crainte d'une maîtrise incertaine de ces langues. À l'inverse, faire vivre des transcodages qui ne vivent que dans la classe (par exemple compter avec les mots-nombres chinois ou turcs, très proches de la structure décimale) ne garantit pas leurs transpositions dans l'environnement extra-scolaire de l'élève. Perçu par ce dernier comme une singularité dans son parcours scolaire, il sera peu mobilisé sur le long terme. Néanmoins, l'approche par les questions historiques et culturelles en mathématiques peut être un levier puissant pour travailler les composantes symboliques, culturelles et cognitives. Par exemple, la connaissance de l'origine arabe du mot « chiffre » (signifiant « zéro ») ou l'origine latine du mot « calcul » (signifiant « caillou ») sont des passerelles simples et efficaces qui renseignent facilement les élèves sur l'enracinement des savoirs dans les langues.

<sup>2</sup> Guy Brousseau.  
*Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques.*  
<http://bit.ly/GuyBrousseau>

### **Comment faire vivre des concepts mathématiques jouant alternativement le rôle d'outils pour la résolution de problèmes et le rôle d'objets d'étude.**

L'entrée dans l'histoire et la culture des mathématiques montre l'enracinement de celles-ci dans des questions extra-mathématiques, et illustre comment des concepts mathématiques peuvent sous-tendre d'autres champs disciplinaires comme la musique, l'architecture, les lettres, la géographie, etc. Bien que répondant au prescrit lié à l'interdisciplinarité, cette entrée ajoute de la complexité dans les choix que les enseignants doivent réaliser dans leur démarche pédagogique au risque de brouiller une certaine conscience disciplinaire. Elle n'en est pas moins cruciale pour la formation des élèves et la construction d'une conscience des visées humanistes des mathématiques. En témoignent les mots du mathématicien Charles Gustave Jacobi écrivant à cet autre illustre mathématicien Adrien-Marie Legendre, en 1830 : [...] *que le but unique de la science, c'est l'honneur de l'esprit humain et que, sous ce titre, une question de nombres vaut autant qu'une question de système du monde.*

### **Quelques idées pour développer des stratégies pédagogiques dans sa classe ou dans son réseau.**

Dans un premier temps, si on pense n'avoir jamais abordé les mathématiques par le versant culturel et historique, on peut commencer par faire le point sur ce que l'on sait, ce qu'on a entendu, lu ou vu et le confronter à des corpus robustes. En effet, la qualité des sources que l'on utilise permet de donner de la consistance aux récits et c'est une approche déjà riche qui ne demande pas un investissement important dans des dispositifs compli-

qués. Toutefois, si on souhaite ne pas en rester à un traitement anecdotique, on peut organiser un temps didactique à partir de médias (document authentique, vidéo, article à visée scientifique), pour aborder une idée (le système bibinaire créée par le chanteur et poète Bobby Lapointe, l'usage des nombres relatifs en Chine à l'aide de baguettes de couleurs dans le Jiu Zhang Suan Shu, l'itinéraire méditerranéen des éléments d'Euclide,...), une technique (l'approximation du périmètre par Archimède, l'estimation d'une hauteur inaccessible avec le bâton de Gerbert, la multiplication « per gelosia » introduite par Fibonacci,...) ou un concept (le zéro défini par Brahmagupta, la naissance de l'algèbre avec Al Khawarizmi, la naissance des probabilités avec Pacioli,...). On peut mettre en œuvre des dispositifs plus sophistiqués comme des mini-conférences, ou des saynètes : les élèves, seuls ou en petits groupes, planchent sur une question qui a une épaisseur historique ou culturelle, en vue de restituer à toute la classe ou même à un réseau. Pour illustrer ce dernier point, nous avons cette année avec ma collègue de lettres, Loubna Aït-Attrit, organisé un travail en trois temps avec une classe de 5<sup>ème</sup>. Une première séance d'une heure a permis en mathématiques d'étudier à partir d'une vidéo en anglais et un texte en français, l'histoire de l'infirmière et statisticienne Florence Nightingale. Celle-ci a fait des diagrammes en « crête de coq » pour analyser le désastre de la guerre de Crimée et tenter d'enrayer les pertes importantes liées aux problèmes d'hygiène. Or, chercher à convaincre, lorsqu'on était une femme à l'époque, c'était prendre le risque d'avoir peu de crédit auprès des autorités masculines.

Florence Nightingale a non seulement convaincu, mais aussi permis d'infléchir la politique, un exemple spectaculaire de la force du langage mathématique et de son impact socio-politique. Deux séances en français ont permis aux élèves, à partir du discours original de la mathématicienne Florence Nightingale donné aux médecins et militaires anglais, de construire une petite saynète tentant de reconstituer ce moment historique. Enfin, les élèves ont joué leur saynète lors d'une séance de co-enseignement devant une classe d'élèves allophones, notre principale adjointe, la conseillère pédagogique et le directeur de SEGPA. Le format de

deux ou trois minutes de théâtre est propice à un travail qui marque les esprits. Certes la séquence est plus étoffée qu'une seule séance en mathématiques mais elle n'a pas l'envergure d'un EPI, tout en se prêtant aussi à des démarches interdisciplinaires.

De la construction de sources robustes à une séance plus sophistiquée, l'enjeu de relier les savoirs mathématiques à une histoire, aux questions que s'est posées l'Humanité est crucial, en particulier en éducation prioritaire où les élèves ont besoin de connaître ce qui nous relie tous et ne pas en rester à des idées préconçues de la discipline.



En page 2 de couverture, nous avons reproduit la carte interactive ainsi que la légende des différents symboles.

Ci-dessus, un exemple après avoir cliqué sur un des symboles  $\pi$  de l'Amérique centrale. Apparaît alors un descriptif avec un lien, cette fois vers le site *Culturemath* pour nourrir un travail sur les nombres du cycle 3 au cycle 4 .