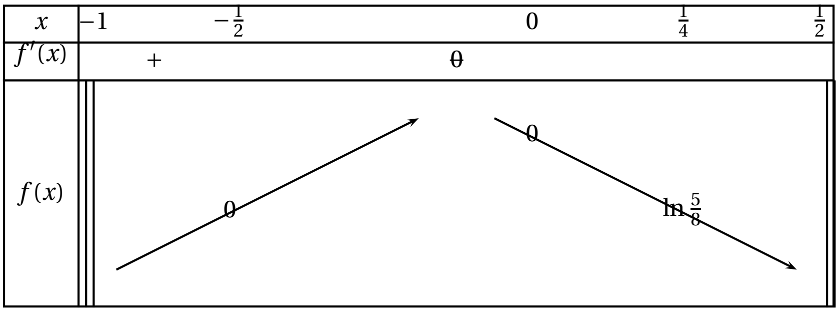
Baccalauréat Centres étrangers B juin 1994

EXERCICE 1 **5 points**

Une fonction f est définie sur $\left]-1\,;\,\dfrac{1}{2}\right[$ par

$$f(x) = \ln\left(ax^2 + bx + c\right)$$

avec a, b, c réels.On suppose que son tableau de variations est le suivant :



1. En utilisant les données numériques du tableau, déterminer a, b et c.
2. Calculer $f'(x)$ et résoudre l'équation $f'(x) = 0$.
3. Vérifier que le sens de variation de la fonction f obtenue est bien celui indiqué dans le tableau. Donner la valeur exacte du maximum de f.

EXERCICE 2 **5 points**

Toutes les probabilités seront données sous forme de fractions irréductibles.

Une urne contient 8 boules blanches et 2 boules rouges.
Un joueur extrait simultanément trois boules de l'urne. On suppose que tous les tirages sont équiprobables.

1. À l'issue d'un tirage de trois boules :

   si aucune boule n'est rouge, le joueur perd 10 francs ; si une seule boule est rouge, le joueur gagne 5 francs ; si deux boules sont rouges, le joueur gagne 20 francs.

   X est la variable aléatoire qui associe le gain algébrique du joueur à l'issue d'un tirage.

   Donner la loi de probabilité de X. Calculer l'espérance mathématique E(X).
2. Le joueur joue deux fois de suite selon les mêmes règles en remettant dans l'urne, après chaque tirage, les trois boules extraites.

   Y est la variable aléatoire qui associe le gain algébrique du joueur à l'issue des deux tirages.

   Donner les valeurs possibles pour Y.

   Déterminer la probabilité que le joueur gagne exactement 10 francs à l'issue des deux parties.

   (On pourra s'aider d'un arbre.)

PROBLÈME **10 points**

Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{2x-1}{x^2}\mathrm{e}^{2x}$$

et C sa courbe représentative dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques : 8 cm en abscisse, 1 cm en ordonnée.

1. **a.** Déterminer la limite de f en 0.
   En déduire une asymptote à la courbe représentative C de f.

   b. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

   On pourra vérifier que $f(x) = 4\left(1 - \dfrac{1}{2x}\right)\dfrac{\mathrm{e}^{2x}}{2x}$.
2. **a.** Montrer que pour tout $x > 0$:

$$f'(x) = \frac{2\left(2x^2 - 2x + 1\right)}{x^3}\mathrm{e}^{2x}.$$

   b. Étudier le sens de variation de f.

   c. Dresser le tableau de variations de f.
3. Résoudre l'équation $f(x) = 0$ et trouver le signe de $f(x)$ sur $]0~;~+\infty[$.
4. Écrire une équation de la tangente T à C au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$.
5. Tracer C et T.
6. **a.** Soit g la fonction définie sur $]0~;~+\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{\mathrm{e}^{2x}}{x}.$$

   Calculer $g'(x)$.
   En déduire l'ensemble des primitives de f sur $]0~;~+\infty[$.

   b. Calculer, en cm^2, l'aire A de la partie du plan limitée par la courbe C, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \dfrac{1}{2}$ et $x = 1$.
   On donnera la valeur exacte de A et sa valeur décimale approchée à 0,01 près par excès.