Baccalauréat ES Centres étrangers II juin 1996

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne, en millions, le nombre de réfugiés dans le monde.

Année	**1978**	**1980**	**1982**	**1984**	**1986**	**1988**	**1990**	**1992**
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de réfugiés : y_i	4,6	8,2	10,4	10,5	12	14,8	17,2	18,9

(Source : Haut Commissariat pour les réfugiés -*Express*, juin 1995)

1. Déterminer les coordonnées du point moyen de cette série.

2. Représenter graphiquement le nuage des points $M\left(x_i~;~y_i\right)$.

On prendra un repère orthogonal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ d'unités : 1 cm pour 1 année en abscisse et 1 cm pour un million d'individus en ordonnée.

3. Le détail des calculs dans cette question n'est pas exigé; les résultats sont donnés à 10^{-2} près.

a. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y.
Que peut-on en déduire ?

b. Déterminer une équation de la droite de régression y en x par la méthode des moindres carrés.

c. Construire cette droite dans le repère défini précédemment.

4. **a.** En supposant que la tendance n'a pas changé, établir une estimation du nombre de réfugiés en 1994.

b. Il y avait en réalité 23 millions de réfugiés en 1994. Quelle est la variation, en pourcentage, du nombre de réfugiés par rapport à l'estimation ?

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

À la kermesse de l'école, une tombola est organisée : 250 billets, numérotés de 1 à 250, sont vendus 10 francs chacun à 250 personnes différentes.
Après tirage, on apprend que tous les billets dont le numéro finit par 3 rapportent 50 francs, et ceux dont les numéros finissent par 20 ou 65 rapportent 150 francs.
(Dans chacun des calculs demandés, donner les valeurs exactes des résultats sous forme de fraction irréductible.)

1. On interroge au hasard une personne ayant acheté un billet. Quelle est la probabilité d'interroger :

A : une personne avec un billet gagnant 150 francs ?

B : une personne avec un billet gagnant ?

C : une personne ayant reçu 150 francs, alors que l'on savait que cette personne possédait un billet gagnant ?

2. Soit X la variable aléatoire associant à chaque participant son gain algébrique (X prend donc la valeur -10 pour l'achat d'un billet non gagnant).

a. Donner la loi de probabilité de la variable X.

b. Quelle est l'espérance mathématique de X ?
Si l'on avait pu connaître à l'avance la répartition et le montant des gains, l'achat d'un billet aurait-il été conseillé ?

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

Monsieur Dumont est très content. Il a réussi à louer pour la semaine tout son matériel, réparti en 4 catégories :
70 paires de ski « détente », 50 paires de ski « compétition », 50 paires de chaussures « adulte »et 30 paires de chaussures « enfant ».
Il a constitué un fichier informatique de 200 fiches pour les 200 articles loués. (Pour chacun des calculs demandés, donner une expression exacte et le résultat arrondi au centième.)

1. Il lit au hasard trois fiches (on suppose les tirages équiprobables).
   a. Quelle est la probabilité pour qu'il ait lu :
   A : deux fiches « skis »et une fiche « chaussures » ?
   B : trois fiches « skis de compétition » ?
   C : au moins une fiche « chaussures enfants » ?
   b. Montrer que la probabilité de l'évènement D : « lire trois fiches de catégories différentes » est de 35 %.
2. Il renouvelle plusieurs fois son expérience, de manière indépendante.
   a. Quelle est la probabilité pour que, après cinq lectures de trois fiches, Monsieur Dumont ait obtenu, quatre fois exactement, trois fiches de catégories différentes ?
   b. Quel est le nombre minimum de lectures de trois fiches à effectuer pour que l'évènement D se réalise au moins une fois avec une probabilité supérieure à $0,99$?

PROBLÈME **11 points**

Pour un promoteur immobilier, le coût de production, en millions de francs, pour n maisons construites, $0 \leqslant n \leqslant 30$, est donné par :

$$\mathrm{C}(n) = 0,5n + 2 - 1,5\ln(n+1).$$

Chaque maison est vendue 400 000 F.

Partie A - Étude de la fonction f définie sur $[0\,;30]$ par $f(x) = 0,5x + 2 - 1,5\ln(x+1)$

On appelle $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f et (D) la droite d'équation $y = 0,4x$ dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ (unités : 0,5 cm en abscisses, 2 cm en ordonnées).

1. Étudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.
2. Montrer qu'il existe un point A de $(\mathscr{C})$ où la tangente (Δ) est parallèle à (D). Donner les coordonnées de A.
3. Tracer (D), (Δ) et $(\mathscr{C})$.

Partie B - Utilisation du graphique (Les réponses seront justifiées.)

1. Quel nombre de maisons faut-il construire pour que le coût de production soit minimal ?
2. Combien le promoteur doit-il construire de maisons pour réaliser du bénéfice ?
3. Comment peut-on utiliser le graphique pour déterminer le nombre de maisons à construire pour obtenir le bénéfice maximal ?

Partie C - étude du bénéfice

1. Montrer que le bénéfice réalisé pour la fabrication de n maisons est en millions de francs $\mathrm{B}(n) = -0,1n - 2 + 1,5\ln(n+1)$.

2. **a.** Étudier le sens de variation de la fonction g définie sur $[0\,;\,30]$ par

$$g(x) = -0{,}1x - 2 + 1{,}5\ln(x+1).$$

   b. Démontrer qu'il existe un réel unique x_0 dans l'intervalle $[0\,;\,6]$ tel que $g(x_0) = 0$. Donner un encadrement de x_0 d'amplitude 10^{-1}.

   c. Déterminer la valeur de x pour laquelle $g(x)$ est maximal.

3. En déduire le nombre minimal de maisons à construire pour que le bénéfice soit positif, et le nombre de maisons pour que le bénéfice soit maximal.