

## ☞ Baccalauréat ES Centres étrangers juin 1997 ☞

### EXERCICE 1

5 points

#### Commun à tous les candidats

Dans une classe de 30 élèves, 14 sont des filles. Par ailleurs, 8 filles et 4 garçons sont internes. Les autres élèves sont externes.

On choisit un élève au hasard dans cette classe.

On considère les événements suivants :

$A$  : « l'élève choisi est interne » ;

$B$  : « l'élève choisi est un garçon ».

Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions simplifiées et seront justifiés.

1. Calculer la probabilité de l'évènement  $A$  puis de l'évènement  $B$ .
2. a. Calculer  $p(B/A)$ , c'est-à-dire la probabilité que l'élève choisi soit un garçon, sachant qu'il est interne.  
b. Déterminer la probabilité de l'évènement  $A \cap B$ .
3. Calculer  $p(A/B)$ .
4. Calculer la probabilité de l'évènement  $A \cup B$ , à partir des questions précédentes, ou par une justification directe.

### EXERCICE 2

5 points

#### Commun à tous les candidats

*Dans cet exercice, les calculs peuvent être effectués à la calculatrice; leur détail n'est pas exigé.*

Le tableau ci-dessous donne la charge maximale  $y_i$  en tonnes, qu'une grue peut lever pour une longueur  $x_i$  en mètres, de la flèche.

Longueur $x_i$	16,5	18	19,8	22	25	27	29	32	35	39	41,7
Charge $y_i$	10	9	8	7	6	5,5	5	4,5	4	3,5	3,2

1. Les réponses numériques à cette question seront données à  $10^{-2}$  près.
  - a. Représenter le nuage de points  $M(x_i; y_i)$  à l'aide d'un repère orthogonal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  d'unités 1 cm pour 2 mètres en abscisses et 1 cm pour une tonne en ordonnées.
  - b. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre  $x$  et  $y$ .
  - c. Déterminer une équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$  par la méthode des moindres carrés. Construire cette droite sur le graphique précédent.
  - d. Utiliser cette équation pour déterminer la charge maximale que peut lever la grue avec une flèche de 26 mètres.
2. On pose  $z_i = \frac{1}{y_i}$ .
  - a. Recopier et compléter le tableau suivant (les  $z_i$  seront arrondis à  $10^{-3}$  près).

$x_i$	16,5	18	19,8	22	25	27	29	32	35	39	41,7
$z_i$	0,100										

- b. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre  $x$  et  $z$  puis une équation de la droite de régression de  $z$  en  $x$  par la méthode des moindres carrés (les résultats numériques seront arrondis à  $10^{-4}$  près).
- c. En se fondant sur les résultats obtenus en 2. b, calculer la valeur de  $z$  correspondant à  $x = 26$ ; en déduire la charge maximale que peut lever la grue avec une flèche de 26 mètres.

- d. Ce résultat vous paraît-il plus satisfaisant que celui de 1. a ? Pourquoi?

**EXERCICE 2****5 points****Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité**

Dans un lycée, 55 % des élèves sont des filles. Dans ce même lycée, 22 % des filles et 18 % des garçons étudient l'allemand.

1. On choisit au hasard un élève du lycée.
  - a. Sachant que l'élève choisi est un garçon, quelle est la probabilité qu'il apprenne l'allemand?
  - b. Calculer la probabilité que l'élève choisi apprenne l'allemand et qu'il soit un garçon.
  - c. Montrer que la probabilité que l'élève choisi étudie l'allemand est  $p = 0,202$ .
2. *Dans cette question les résultats seront donnés à  $10^{-4}$  près.*  
On choisit maintenant au hasard et de façon indépendante 5 élèves du lycée. (On suppose que l'effectif du lycée est suffisamment élevé pour que cette expérience soit assimilée à un schéma de Bernoulli.)
  - a. Quelle est la probabilité que, sur les 5 élèves choisis, aucun n'étudie l'allemand?
  - b. Quelle est la probabilité que les 5 élèves étudient l'allemand?
  - c. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 3 élèves étudiant l'allemand?

**PROBLÈME****10 points****Commun à tous les candidats**

Le coût de production, en milliers de francs, de  $x$  centaines d'appareils fabriqués par une entreprise est donné par la fonction  $C$ , définie par :

$$C(x) = 3x + 25 + e^{3-0,1x}.$$

1. a. Calculer, en arrondissant à un franc près, le coût de production de 3 centaines d'appareils. Quel est dans ce cas le coût moyen de production, arrondi au franc près, d'un appareil?
- b. Vérifier que lorsqu'on fabrique  $x$  centaines d'appareils, le coût moyen, en francs, d'un appareil est  $\frac{10C(x)}{x}$ .
2. Calculer  $C'(x)$  et en déduire le sens de variation de  $C$  dans l'intervalle  $[0 ; 10]$ .
3. Chaque appareil est vendu 200 F pièce, mais, en raison de défauts de fabrication et de distribution, seulement 95 % des appareils fabriqués sont effectivement vendus.
  - a. Montrer que le bénéfice, en milliers de francs, obtenu avec la fabrication de  $x$  centaines d'objets est :

$$B(x) = 16x - 25 - e^{3-0,1x}.$$

- b. Calculer  $B'(x)$  et étudier le sens de variation de  $B$  dans l'intervalle  $[0 ; 10]$ .
- c. Démontrer que l'équation  $B(x) = 0$  admet une solution unique dans l'intervalle  $[0 ; 10]$ . On note  $\alpha$  cette solution.
- d. Déterminer un encadrement de  $\alpha$ , d'amplitude  $10^{-2}$ .
- e. En déduire le nombre entier minimum d'appareils à produire pour réaliser un bénéfice.
- f. Quel est, en francs, le bénéfice obtenu en fabriquant 1 000 appareils ? (Arrondir au franc le plus proche.)