Durée : 4 heures

Baccalauréat Centres étrangers [1] juin 1965

Série mathématiques élémentaires et mathématiques et technique

EXERCICE 1

Résoudre l'inéquation

$$\sqrt{x-2} > x-4,$$

où x est un nombre réel.

EXERCICE 2

Étudier la variation de la fonction f définie, pour x réel, par

$$f(x) = \frac{2ax^2}{x^2-a^2}$$

a étant un nombre réel positif.
Tracer le graphe de f dans un repère orthonormé.

EXERCICE 3

On donne, dans un plan fixe, un repère orthonormé $(x'\text{O}x,\ y'\text{O}y)$.
Soit Δ la droite d'équation $y = a$, a étant une constante réelle positive donnée.
À tout point M de la droite Δ on associe le point P tel que les droites OP et $x'x$ soient symétriques par rapport à OM et que les points P et M aient même projection orthogonale sur $x'x$.

1. Le point M peut-il être pris arbitrairement sur Δ ? On pose

$$\left(x'x,\ \text{O}M\right) = \varphi.$$

   Évaluer, en fonction de φ, les coordonnées des points M et P ; en déduire l'équation cartésienne de l'ensemble des points P et cet ensemble lui-même.
2. Étant donné une droite $z'z$ passant par O, construire géométriquement les points M respectivement associés aux points P situés sur $z'z$ et ces points P eux-mêmes ; il en existe généralement deux, P_1 et P_2 ; trouver l'ensemble des points N, milieux des segments P_1P_2 correspondant à l'ensemble des droites $z'z$ passant par O.
   Retrouver ces résultats en calculant les coordonnées des points P_1, P_2 et N en fonction de la mesure θ de l'angle $\left(x'x,\ z'z\right)$.
3. Soit Q le symétrique de O par rapport à MP.
   Montrer que la droite QM passe par un point fixe et qu'elle est une bissectrice de l'angle Q du triangle OPQ.
   Quelle est l'enveloppe (γ) de la droite $u'u$, seconde bissectrice de l'angle Q du triangle OPQ ?
   Discuter, suivant la position de M sur Δ, si QM est bissectrice intérieure ou extérieure du triangle OPQ.
   Distinguer, sur la courbe (γ), les arcs enveloppés par des droites $u'u$ bissectrices intérieures, des arcs enveloppés par des droites $u'u$ bissectrices extérieures de l'angle Q du triangle OPQ.

1. Algérie, Tunisie, Cameroun, Togo, Gabon, Tchad, Congo, République Centrafricaine, Dahomey, Malin Côte d'Ivoire, Haute-Volta, Niger, Mauritanie, Athènes, Rome, Espagne, Portugal, Tel-Aviv, Beyrouth, Syrie, Le Caire, Addis-Abbéba, Djibouti