Baccalauréat L Clermont juin 2003

Le candidat traitera obligatoirement TROIS exercices
OBLIGATOIREMENT : l'exercice 1 **et** l'exercice 2
AU CHOIX : l'exercice 3 **ou** l'exercice 4.
L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve.
L'attention des candidats est attirée sur le fait que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entrent pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 OBLIGATOIRE — 7 points

La feuille fournie en annexe sera rendue avec la copie.

À partir d'un demi-cercle de diamètre AB = 16, voir figure donnée en annexe 1, on a effectué (à la règle et au compas) les constructions suivantes :

1^re^ étape : on construit deux demi-cercles de diamètre $\frac{1}{2}\text{AB} = 8$;

2^e^ étape : on construit quatre demi-cercles de diamètre $\frac{1}{4}\text{AB} = 4$.

1. On poursuit les constructions selon le même procédé.

  a. Construire à la règle et au compas, la 3^e^ étape sur la figure donnée en annexe 1 en indiquant les étapes de la construction. Combien de demi-cercles doit-on construire ? Quel est leur diamètre ?

  b. Soit n un entier, $n \geqslant 1$. On admet qu'au cours de l'étape n, il faut tracer 2^n demi-cercles supplémentaires.
  Montrer que leur diamètre est égal à 2^{-n+4}.

2. On désigne par p_n la somme des longueurs des demi-cercles construits à l'étape n. p_0 désigne la longueur du demi-cercle initial, donc $p_0 = 8\pi$.
Calculer $p_1,\ p_2,\ p_3$, puis p_n pour $n \in \mathbb{N}$.

3. On désigne par a_n l'aire délimitée par le segment [AB] et les demi-cercles construits à l'étape n. a_0 désigne la longueur du demi-cercle initial, donc $a_0 = 32\pi$.

  a. Calculer $a_1,\ a_2,\ a_3$.

  b. Donner l'expression de a_n en fonction de n.
  Vérifier que la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison.

EXERCICE 2 OBLIGATOIRE — 7 points

Partie A : On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0,1 ; 6] par

$$x \longmapsto f(x) = 70,228 + 5,104x + 9,222\ln x.$$

1. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous en arrondissant le résultat à l'unité la plus proche.

x	0,1	0,3	0,5	1	2	3	4	5	6
$f(x)$									

2. Calculer la dérivée f' de f.

3. Dresser le tableau de variations de f sur [0,1 ; 6].

4. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal : 1 cm représente 0,5 unités sur l'axe des abscisses et 1 cm représente 10 unités sur l'axe des ordonnées.

Partie B : Une formule empirique permet d'estimer la taille $f(x)$ (en cm) d'un enfant de moins de 6 ans, en fonction de son âge x (en années) par :

$$f(x) = 70,228 + 5,104x + 9,222 \ln x.$$

1. Estimer la taille d'un enfant de deux ans et demi, à 1 cm près.
2. Retrouver le résultat de la question précédente par une construction graphique utilisant la courbe tracée dans la partie **A. 4.**.
3. Évaluer l'âge d'un enfant mesurant 1 m par une construction graphique utilisant la courbe tracé dans la partie **A. 4.**.

EXERCICE 3 AU CHOIX **6 points**

Les clients habituels d'une entreprise de vente par internet se voient attribuer un numéro personnel formé de 7 chiffres (a b c d e f g) où chacune des lettres a, b, c, d, e, f, g représente un chiffre de 0 à 9. Les cinq premiers chiffres (a b c d e) sont un numéro d'identification du client, les deux derniers (f g) sont une clé de contrôle, automatiquement calculée à partir de (a b c d e).

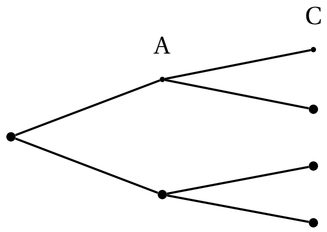
1. Combien de clients habituels au maximum la société peut-elle identifier par ce système ?
2. La société emploie, pour calculer la clé de contrôle, la règle suivante : le nombre (f g) est égal au reste de (a b c d e) modulo 87.
   a. Combien y a-t-il de valeurs possibles pour la clé de contrôle ?
   b. Quelle est la clé du client dont le numéro d'identification est (1 2 3 4 5) ?
3. On propose à la société une nouvelle méthode de calcul de la clé de contrôle : le chiffre f est le reste de (a b c d e) modulo 9 le chiffre g est le reste de (a b c d e) modulo 8.
   a. Combien y a-t-il de valeurs possibles pour la clé de contrôle ?
   b. Quelle est la clé du client dont le numéro est (1 2 3 4 5) ?
4. Quel avantage voyez-vous, pour la société, à conserver le premier mode de calcul de la clé de contrôle ?

EXERCICE 4 AU CHOIX **6 points**

Amélie et Béatrice projettent une sortie soit au cinéma soit en randonnée. Amélie ou Béatrice décide du choix de l'activité. On désigne par A l'évènement « Amélie décide » et par B l'évènement « Béatrice décide », B est donc l'évènement contraire de A.

On suppose que la probabilité pour qu'Amélie décide est $p(\text{A}) = \dfrac{7}{12}$.
Tous les résultats seront donnés sous la forme de fractions irréductibles.

1. Déterminer $p(\text{B})$, probabilité pour que Béatrice décide.
2. Lorsque Amélie décide, 3 fois sur 10 elle choisit le cinéma. Lorsque Béatrice décide, 4 fois sur 10 elle choisit la randonnée. On désigne par C, l'évènement « elles vont au cinéma » et par R, l'évènement « elles font une randonnée ».
   a. Déterminer les probabilités conditionnelles $p_{\text{A}}(\text{C})$ et $p_{\text{B}}(\text{C})$ où $p_{\text{A}}(\text{C})$ est la probabilité de C sachant A et $p_{\text{B}}(\text{C})$ est la probabilité de C sachant B.
   b. Reproduire et compléter l'arbre de probabilités suivant :



3. **a.** Calculer les probabilités $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{C})$ et $p(\mathrm{B} \cap \mathrm{C})$.

   b. Montrer que $p(\mathrm{C}) = \dfrac{17}{40}$.

   c. En déduire $p(\mathrm{R})$.

4. Sachant qu'Amélie et Béatrice sont allées en randonnée, quelle est la probabilité pour que ce soit Béatrice qui ait décidé ?

ANNEXE 1

À RENDRE AVEC LA COPIE