∽ Baccalauréat - Clermont juin 1951 ∾

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1er sujet
Mouvement circulaire uniforme.
Définition, vecteur vitesse et vecteur accélération à un instant donné.
Application - Vecteur vitesse et vecteur accélération à l'instant 1 h 30 min 6 s de la petite aiguille d'une horloge.
La longueur de l'aiguille est 7 cm. On déterminera ces deux vecteurs par les valeurs numériques de leurs projections sur les axes Ox (position de la petite aiguille à 1 h 0 min 0 s) et Oy directement perpendiculaire (0 est le centre du cadran).

2e sujet
Mouvement vibratoire simple.
Définition, vitesse algébrique et accélération algébrique à l'instant t (on pourra au choix définir ce mouvement par son équation horaire ou par projection d'un mouvement circulaire uniforme sur un diamètre de sa trajectoire).
Application - Valeurs numériques aux instants

$$t = -\frac{1}{2}, \quad t = 0, \quad t = \frac{1}{2}$$

de l'accélération algébrique dans le mouvement dont l'équation horaire est

$$x = 3\cos\left(\frac{\pi t}{2} + \frac{\pi}{3}\right).$$

(On admettra que dans ces données les longueurs sont exprimées en centimètres et les temps en secondes.)

3e sujet
Mouvement de rotation d'un corps solide autour d'un axe.
Définition ; trajectoires ; vecteurs vitesse ; vecteurs accélération lorsque le mouvement est uniforme ; vitesse angulaire.
Application - Exprimer au moyen de l'unité appropriée la valeur numérique de la vitesse angulaire de la Terre dans son mouvement de rotation autour de la ligne des pôles, par rapport à la sphère céleste regardée comme fixe.

II

1. Étudier les variations de la fonction

$$y = \frac{x^2+5x+4}{x^2-5x+4}.$$

   et tracer sa courbe représentative (C).
2. La droite variable $y = h$ coupe $y'\text{O}y$ en un point P. Pour quelles valeurs de h coupe-t-elle (C) en deux points distincts M$'$ et M$''$, en deux points confondus, en un point unique ?

   Exprimer en fonction de h les coordonnées du milieu I de M$'$M$''$ et celle du point Q conjugué harmonique de P par rapport à M$'$ et M$''$.

   En déduire le lieu de I et celui de Q lorsque h varie. Ces lieux sont constitués par des arcs, que l'on délimitera, de certaines courbes simples que l'on construira.

3. Lorsque M$'$ et M$''$ existent, on désigne par m' et m'' les projections (variables avec h) de M$'$ et M$''$ sur $x'\text{O}x$. Montrer que tout cercle (Γ) passant par m' et m'' est orthogonal à un cercle fixe indépendant de Il. Indiquer le centre de ce cercle et préciser son rayon.
4. Montrer que ceux des cercles (Γ) qui sont tangents à la droite $x = 4$ sont en même temps tangents à un cercle fixe (Ω) dont on précisera le centre et le rayon.

   Établir que le lieu de leurs centres est constitué par certains arcs que l'on précisera d'une parabole dont on donnera le foyer F, la directrice Δ, l'axe, le sommet S, et dont on construira les points d'intersection avec $y'\text{O}y$.

N. B. - Question de cours, sur 10 ; problème, sur 20.