

∞ Baccalauréat série mathématiques ∞
Clermont juin 1939

EXERCICE 1

1^{er} sujet. - Dérivées de $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, x étant exprimé en radians.

2^e sujet. - Dérivées de $y = \sqrt{x}$ et de $y = \sqrt{u}$, u étant une fonction positive de x ayant une dérivée u' .

3^e sujet. - $f(x)$ est une fonction définie et positive pour $a \leq x \leq b$.

Énoncer et démontrer le (ou les) théorème(s) permettant de calculer l'aire $A'AMBB'$; AMB désigne l'arc de la courbe représentative de $y = f(x)$ obtenue en faisant varier x de a à b ; AA' et BB' sont les parallèles à Oy d'abscisses a et b ; $A'B'$ est un segment de $x'Ox$.

EXERCICE 2

(Les candidats sont priés de ne pas changer les notations du texte, et de faire des figures claires.)

On considère deux axes de coordonnées rectangulaires Ox et Oy et, sur Ox , le point A tel que $\overline{OA} = 2a$, a étant donné ($a > 0$).

Soient C le cercle de diamètre OA , M un point variable de ce cercle; on pose $\widehat{Ox, OM} = t$ (t est compris entre $-\frac{\pi}{2}$ et $+\frac{\pi}{2}$).

1. Calculer les coordonnées de M en fonction de a et t .

Démontrer qu'il existe, en général un cercle Γ tangent à Oy et tangent, en M , à C .

Comment, M étant donné, construire ce cercle?

On désigne, dans la suite, par T le point de contact de Γ et Oy .

2. Calculer en fonction de a et t les coordonnées de I , centre de Γ .

Quelle relation indépendante de t y a-t-il entre ces deux coordonnées?

En déduire le lieu de I et retrouver le résultat géométriquement.

Quelle est, quand M varie, l'enveloppe de la médiatrice de MT ?

3. Trouver une inversion, indépendante de t , dans laquelle chacun des cercles Γ se transforme en lui-même.

Quelle est l'enveloppe des polaires de O par rapport aux cercles Γ ?

N. B. - Question de cours : 1 ; problème : 3 – Coefficients du problème : 1, 2, 2, respectivement, pour les 3 questions.