∽ Baccalauréat série mathématiques et technique ∾ Clermont juin 1947

I. 1er sujet

Résolution et discussion de l'équation

$$a\cos x + b\sin x = c.$$

I.2e sujet

Montrer que dans un trièdre chaque face est inférieure à la somme des deux autres.

I. 3e sujet

(**Série Mathématiques**). - Mouvement circulaire uniforme : vecteur vitesse et vecteur accélération.
(**Série Mathématiques et technique**). - Montrer que la suite des nombres premiers est illimitée.

II.

1. On considère un triangle ABC, rectangle en A.
   Deux droites passant par A et faisant avec BC le même angle aigu α coupent BC en D et D$'$.
   Montrer que l'on a

$$\frac{\text{DA}}{\text{DB}} = \frac{\text{D}'\text{A}}{\text{D}'\text{B}} = \frac{\text{CA}}{\text{CB}} = \frac{1}{\cos\alpha}.$$

2. On considère une conique (C) de directrice Δ, de foyer F, et d'excentricité e. L'angle α est supposé aigu.
   a. M étant un point variable de (C), les droites passant par F et faisant l'angle α avec FM coupent en général la tangente à (C) en M en deux points N et N$'$. (Exceptionnellement, l'une d'elles pourrait être parallèle à cette tangente).
   Montrer que N et N$'$ sont sur la conique (Γ_1) de directrice Δ, de foyer F et d'excentricité $\dfrac{e}{\cos\alpha}$.
   b. M et M$'$ étant deux points de (C), situés sur la même branche si (C) est une hyperbole, tels que $\widehat{\text{MFM}'} = 2\alpha$, montrer que la droite MM$'$ est tangente à la conique (Γ_2) de directrice Δ, de foyer F et d'excentricité $e\cos\alpha$.
   Dans le cas où (C) est une hyperbole, la droite MM$'$ est encore tangente à (Γ_2) si M et M$'$ ne sont pas sur la même branche et $\widehat{\text{MFM}'} = \pi - 2\alpha$.
   (On écartera ici le cas où M et M$'$ seraient équidistants de F.)

N. B. - Question de cours, sur 10; problème, sur 20.
Les trois questions du problème seront notées respectivement sur 5,5; 5,5; 9.