

⌘ Baccalauréat série mathématiques et technique ⌘
Clermont septembre 1947

I. 1^{er} sujet

Dérivée de la fonction $\sin x$.

I. 2^e sujet

Montrer que, si quatre droites concourantes déterminent sur une sécante une division harmonique, il en est de même pour toute autre sécante.

I. 3^e sujet

Déterminer la tangente à une ellipse en un de ses points.

II.

On considère la parabole (P) de foyer F et de directrice D.

On appelle p la distance de F à D.

1. Soit N un point quelconque du plan et soient n et ν les points où la perpendiculaire menée par N à D rencontre D et la parabole (P).

Montrer que, la droite $n\nu$ étant orientée dans le sens $n\nu$, l'on a

$$\overline{nN}^2 - \overline{NF}^2 = 2p\nu N.$$

En déduire le lieu des points dont la différence des carrés, des distances à D et à F a une valeur constante donnée (positive ou négative).

Sur la tangente à la parabole (P) au point variable M, qui se projette orthogonalement sur D en m , on prend deux points N et N' qui se projettent orthogonalement sur D aux points n et n' tels que $mn = mn' = a$, a étant une longueur donnée.

Montrer que le lieu de N et N' est une parabole qui se déduit de P par une certaine translation parallèle à l'axe.

2. Une droite variable Δ coupe la parabole (P) en deux points M et M' tels que la projection orthogonale mm' du segment MM' sur D ait une longueur donnée $2a$.

Soient ω le milieu de MM' et I sa projection orthogonale sur D.

Montrer que l'on a $\overline{I\omega}^2 - \overline{\omega F}^2 = a^2$.

(On considérera la puissance de F par rapport au cercle de centre ω passant par I.)

En déduire le lieu de ω . Montrer que Δ est tangente à ce lieu en ω .

N. B. - Les trois questions seront notées respectivement sur 5, 5 et 10.