Baccalauréat Clermont septembre 1949
Série mathématiques

I.– 1er sujet

Équation d'une hyperbole rapportée à ses axes de symétrie.

I.– 2e sujet

Après avoir rappelé les définitions de la symétrie plane par rapport à un point et de la symétrie plane par rapport à une droite, on énoncera et l'on établira les théorèmes relatifs aux produits de deux symétries planes.

I.– 3e sujet

Après avoir rappelé les définitions de la translation et de la rotation planes, on énoncera et on établira les théorèmes relatifs au produit de deux rotations et au produit d'une rotation et d'une translation.

II.

Sur un axe orienté $x'\text{O}x$, on considère les points A_1 et A_2 d'abscisses respectives $+2$ et $+5$, les points B_1 et B_2 d'abscisses 0 et -3 (B_1 et O sont confondus) ; ainsi que les cercles (A) et (B) décrits respectivement avec A_1A_2 et B_1B_2 comme diamètres.

1. Trouver, en fonction de l'abscisse x d'un point M variable sur l'axe, le rapport y de la puissance de M par rapport à (A) et de sa puissance par rapport à (B).
   Étudier la variation de la fonction de x ainsi obtenue.
   Tracer la courbe représentative (C) de cette fonction (unité : 1 cm).
   Placer sur l'axe $x'\text{O}x$ les positions particulières de M correspondant au maximum et au minimum de y.
   On désignera respectivement par P et Q ces deux points.
2. Un nombre k étant donné, chercher les positions de M sur Ox pour lesquelles le rapport y prend la valeur k.
   Placer sur l'axe les points qui correspondent à des valeurs remarquables de k.
   On pourra résoudre et discuter cette question, soit en utilisant la courbe (C) que l'on vient de tracer, soit en étudiant l'équation qui donne les abscisses des points M cherchés lorsque k est connu.
3. Montrer qu'une valeur de k pour laquelle existent deux points M' et M'' distincts ou confondus peut s'exprimer simplement en fonction de l'abscisse X du milieu N du segment $\text{M}'\text{M}''$.
   Montrer que X tel qu'il vient d'être défini ne peut pas prendre n'importe quelle valeur.
   Quelles sont les valeurs possibles pour X?
   On désigne par I, lorsque M' et M'' existent, le point d'abscisse X et d'ordonnée k.
   Montrer que, lorsque X varie en prenant toutes ses valeurs possibles, le point I décrit certains arcs que l'on précisera d'une même courbe simple.
4. S étant un point de $x'\text{O}x$ d'abscisse u, et h étant un nombre positif, on transforme la figure par l'inversion de centre S et de puissance h.
   Comment faut-il choisir S et h pour que les transformés de (A) et (B) soient des cercles concentriques ayant soit P, soit Q comme centre commun?

N. B. - Question de cours sur 10, problème sur 20.