Baccalauréat Clermont série mathématiques septembre 1952

I. - 1$^{\text{er}}$ sujet.

Résolution et discussion de l'équation

$$a\cos x + b\sin x = c.$$

I. - 2$^{\text{e}}$ sujet

Résolution d'un triangle, connaissant deux côtés et l'angle qu'ils forment.

I. - 3$^{\text{e}}$ sujet

Dérivée de la fonction $\sin x$.

II.

On donne un triangle ABC et son cercle circonscrit (O).
Soient D et D$'$ les pieds respectifs sur BC des bissectrices intérieure et extérieure de l'angle A du triangle, φ le milieu de DD$'$ et (Φ) le cercle de diamètre DD$'$.

1. Montrer que le cercle (Φ) est orthogonal au cercle (O) et en déduire que la droite Aφ est tangente à ce cercle.
2. M étant le milieu de BC, la droite symétrique de AM par rapport à AD coupe BC en S et le cercle (O) en S$'$.
   Montrer que l'on a
   $$\overline{\varphi\mathrm{S}}\cdot\overline{\varphi\mathrm{M}} = \overline{\varphi\mathrm{B}}\cdot\overline{\varphi\mathrm{C}}$$
   et en déduire que
   $$\frac{2}{\overline{\varphi\mathrm{S}}} = \frac{1}{\overline{\varphi\mathrm{B}}} + \frac{1}{\overline{\varphi\mathrm{C}}}.$$
   Que peut-on conclure de cette dernière relation ?
3. Déterminer la polaire de φ par rapport au cercle (O).
   Quelle est la deuxième tangente menée de φ à ce cercle ?
4. Montrer que la droite AS passe par un point fixe H quand, B, C et le cercle (O) restant fixes, A varie sur ce cercle.
5. Montrer que les droites MA et MS$'$ sont symétriques par rapport à BC et que l'on a
   $$\mathrm{MA}\cdot\mathrm{MS}' = \overline{\mathrm{MB}}^2.$$