

Concours Accès 2015
MATHÉMATIQUES
durée de l'épreuve : 3 h

Exercices n° 1 à 6 : Raisonnement logique

Question 1

Sur les 800 salariés d'une entreprise :

- 300 sont des hommes
- 352 sont des cadres
- 424 sont mariés
- 188 sont des cadres de sexe masculin
- 166 sont des hommes mariés
- 208 sont des cadres mariés
- 144 sont des cadres mariés et de sexe masculin

À partir de ces informations, on peut conclure que :

- A. Il y a 100 cadres de sexe féminin et mariées.
- B. 336 femmes ne sont pas cadres.
- C. 652 salariés sont cadres ou de sexe masculin.
- D. Le nombre de femmes célibataires non cadres est égal à 142.

Question 2

Dans une entreprise, chaque homme a 2 fois plus de collègues de sexe féminin que de collègues de sexe masculin (un collègue étant une personne travaillant au sein de la même entreprise). 30 % des salariés de cette entreprise ont suivi une formation de secourisme. Un tiers des femmes et 8 hommes au total ont participé à cette formation.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

- A. Chaque femme de cette entreprise a 2 fois moins de collègues masculins que de collègues féminins.
- B. 30 % des hommes ont suivi la formation secourisme.
- C. Le nombre de salariés de sexe masculin est égal à 33.
- D. Moins de 30 personnes ont suivi la formation secourisme.

Question 3

Marie doit à Sophie un capital égal à S euros. Pour lui faciliter le remboursement, Sophie propose à Marie l'échéancier suivant :

- Le premier mois : Marie réglera 200 euros.
- Chaque mois suivant : Marie réglera une somme de a euros de plus que le mois précédent.

On notera n le mois correspondant au dernier remboursement et r_i le règlement du mois numéro i (i variant de 1 à n).

À partir de ces informations, on peut conclure que :

- A. $r_n = r_1 + n \times a$
- B. Si $S = 10320$ et $n = 24$ alors $a = 10$
- C. Si $n = 12$ et $a = 20$ alors $S = 3720$
- D. $S = \left[200 + (n - 1) \times \frac{a}{2} \right] \times n$

Question 4

Des témoins affirment avoir vu l'homme recherché par des enquêteurs policiers.

Leurs descriptions ne concordent pas, mais on sait que l'un d'entre eux s'est trompé sur toute la ligne, et que les autres ne se sont trompés que sur un seul point.

- Charly : « Il était grand, portait une chemise rouge et un short. »
- Danièle : « Il était blond, portait un T-shirt blanc et des jeans. »
- Elie : « Il était petit, brun et portait un T-shirt blanc. »
- Fabienne : « Il était petit, blond et portait des jeans. »

À partir de ces informations, on peut conclure que :

- A. Charly s'est trompé 3 fois.
- B. L'homme recherché est grand et blond.
- C. L'homme recherché porte une chemise rouge.
- D. Elie s'est trompé 3 fois.

Question 5

Cinq coureurs, Aristide, Barnabé, Caligula, Dodu et Eustache, ont organisé une course.

Pour connaître leur ordre d'arrivée nous devons nous contenter des informations que les protagonistes veulent bien nous fournir.

Nous savons que chacun d'eux donne deux renseignements, un vrai et l'autre faux :

- « Dodu était deuxième, moi quatrième », lance Aristide.
- « Dodu a fini premier, je n'ai été que deuxième » se plaint Caligula.
- « Je suis arrivé brillant second et Dodu troisième. » affirme Eustache.
- « Ne les crois pas, j'ai fini dernier et Barnabé a gagné. », rectifie Dodu.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

- A. Dodu est deuxième.
- B. Aristide est premier.
- C. Barnabé est troisième.
- D. Eustache est cinquième.

Question 6

Une société protectrice des animaux répertorie les qualités des chiens présents sur son site.

- 130 chiens savent faire le beau et 80 savent rapporter.
- 55 savent faire le beau et rapporter ; 10 d'entre eux ne sautent pas dans un cerceau.
- 100 ne savent pas faire le beau et 110 sautent dans un cerceau.

- Il y a deux fois plus de chiens à seulement savoir faire le beau qu'à savoir rapporter sans faire le beau.
- Il y a deux fois moins de chiens à ne savoir que rapporter que de chiens ne sachant rien faire.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

- A. Il y a 6 chiens qui ne savent pas faire le beau mais qui savent rapporter et sautent dans un cerceau.
- B. Il y a 25 chiens qui ne savent pas faire le beau mais savent rapporter.
- C. Il y a 50 chiens qui ne savent ni rapporter ni sauter dans un cerceau mais savent faire le beau.
- D. Il y a 45 chiens qui ne savent rien faire.

EXERCICES N° 7 À 12 : RAISONNEMENT MATHÉMATIQUE

Question 7

Soit $f(x) = \frac{4x^3 + 6x^2 + 4x + 1}{(x+1)^4}$ une fonction définie sur $I =]-1; +\infty[$.

- A. $f'(x) = -\frac{4x^2}{(x+1)^5}$
- B. f admet un point critique en $x = 0$, et c'est un maximum local.
- C. f admet un point d'inflexion en $x = \frac{3}{2}$.
- D. f est convexe pour tout $x \in \left] -1; \frac{3}{2} \right[$.

Question 8

Soit $f(x) = x(1+x^2)^3$ une fonction définie sur \mathbb{R} .

- A. f est dérivable et continue sur \mathbb{R} .
- B. $f'(x) = (1+x^2)^2(1+7x^2)$.
- C. Les fonctions F définies sur \mathbb{R} par $F(x) = \frac{1}{8}(1+x^2)^4 + C$ avec $C \in \mathbb{R}$ sont les primitives de f sur \mathbb{R} .
- D. $\int_0^1 f(x) dx = \frac{31}{8}$.

Question 9

Une entreprise fabrique des clés USB avec un maximum de 10 000 par mois. Le coût de fabrication C (en milliers d'euros) de x milliers de clés produites s'exprime par

$$C(x) = 0,05x^3 - 1,05x^2 + 8x + 4.$$

- A. La fonction de coût $C(x)$ est croissante sur $[0; 10\,000]$.
- B. la fonction possède un point d'inflexion en $x = 7$, car elle change de concavité en ce point.
- C. Après le point d'inflexion, la fonction est convexe, la croissance du coût de fabrication C s'accélère.
- D. Avant le point d'inflexion, la fonction est concave, la croissance du coût ralentit. Ainsi, à partir de 7 000 clés produites, la croissance du coût de fabrication s'accélère.

Question 10

Soit $f(x) = \ln x$.

- A. Au point d'abscisse e , l'équation de la tangente est $y = e^{-1}x$.

- B.** Pour tout $x > 0$, la courbe C_f représentative de f est située au-dessous de chacune de ses tangentes.
- C.** La fonction $\ln x$ est la réciproque de la fonction exponentielle. Leurs courbes sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y = x$.
- D.** $f''(x) = \frac{1}{x^2}$.

Question 11

Soit $g(x) = \ln(x+1) + \frac{x}{x+1}$ et $f(x) = (1+x)^x$.

- A.** $f'(x) = x(1+x)^{x-1}$
- B.** $D_f =]-1; +\infty[$
- C.** $f'(x) = g(x)f(x)$
- D.** f' est strictement croissante sur $] - 1 ; +\infty[$.

Question 12

Une usine fabrique en grande quantité, un appareil qui peut être défectueux selon deux défauts A et B. Dans un lot de 10 000 appareils prélevés, on a constaté que 500 appareils présentaient le défaut A (et peut-être aussi le défaut B), 400 appareils présentaient le défaut B (et peut-être le défaut A), et 200 présentaient les défauts A et B simultanément.

Vous achetez un de ces appareils.

- A.** La probabilité pour qu'il ne présente aucun défaut est égale à 0,07.
- B.** L'évènement « l'appareil présente le défaut A ou le défaut B » a une probabilité égale à 0,07.
- C.** Si on a constaté que l'appareil présente déjà le défaut B, la probabilité qu'il présente aussi le défaut A est égale à 0,60.
- D.** La probabilité pour qu'il présente le défaut A uniquement est égale à 0,03.

EXERCICES N° 13 À 18 : PROBLÈME MATHÉMATIQUE

Certaines questions peuvent être traitées indépendamment. D'autres nécessitent les résultats obtenus dans les questions précédentes

Un commercial d'une société de services a un client dans chacune des 4 villes suivantes : L, M, N et O. Notre commercial habite et travaille dans la ville K, lieu du siège social de l'entreprise. Il rend régulièrement visite à ses différents clients.

On positionne sur une carte ces 5 villes. Pour se faire, nous connaissons les coordonnées de 4 villes dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Dans ce repère, l'unité correspond à 100 km.

Villes	Coordonnées	Commentaires
K	(1; 5)	Ville de l'ouest
L	(6; 5)	Ville de l'est
M	(4; 8)	Ville du nord
N	(2; 2)	Ville du sud

La ville O est située à 500 km de la ville K et à 600 km de la ville M. La ville O est située au sud de M. Pour les questions 13 et 14, toutes les distances seront calculées à vol d'oiseau (distance la plus courte entre deux points).

Question 13

À partir des informations précédentes, on peut en conclure que :

- A. la distance entre les villes K et L est de 500 km.
- B. la distance entre les villes K et M est inférieure à 400 km.
- C. La distance entre les villes I et M est supérieure à 350 km.
- D. Si le commercial effectuait, à vol d'oiseau, le parcours KMLK, il effectuerait plus de 1 250 km.

Raisonnement logique et mathématiques

Question 14

À partir des informations précédentes, on peut en conclure que :

- A. L'aire du triangle KLM est égale à 75 000 km².
- B. L'aire du quadrilatère KMLN est inférieure à 140 000 km².
- C. La ville O a pour coordonnées sur le plan : (5 ; 2).
- D. Si les coordonnées de la ville O sont (x ; y) alors $y = \frac{43}{6} - x$.

Question 15

Pour visiter ses différents clients, notre commercial utilise une voiture de la société. Les distances qu'il parcourt en voiture sont bien entendues supérieures à celles calculées à vol d'oiseau. Voici les distances réelles par la route ainsi que les vitesses moyennes réalisées sur ces tronçons :

Tronçons	Distances réelles	Moyennes réalisées
KM	450 km	90km/h
LM	400 km	80km/h
KL	550 km	110 km/h
KN	375 km	125 km/h
LN	525 km	75 km/h
NO	325 km	65 km/h

Aucune autre route ne peut être fréquentée par notre commercial.

Pour son prochain voyage, à partir de la ville K, il doit visiter ses 4 clients et doit donc se rendre dans les villes L, M, N et O. Il rentrera ensuite dans la ville K. Les 4 clients peuvent être visités dans n'importe quel ordre.

À partir des informations précédentes, on peut en conclure que :

- A. la distance minimale qu'il devra parcourir en voiture est de 2 500 km.
- B. Le temps total de conduite sera supérieur à 24 h.
- C. La vitesse moyenne calculée sur l'ensemble du parcours sera de 80 km/h.
- D. Compte tenu de la fin des travaux sur le tronçon LN, il pourra y rouler plus vite. Pour atteindre un temps total de conduite de 28 h, il devra augmenter sa vitesse moyenne sur le tronçon LN de 40%.

Question 16

Notre commercial doit maintenant effectuer un autre voyage pour visiter ses clients des villes L et M. Le départ et le retour sont toujours de la ville K. Ces 2 villes L et M sont accessibles également par le

train. Les distances KL, KM et LM sont identiques que le train ou la voiture soient utilisés. L'employeur de notre commercial souhaite donc effectuer une comparaison de coûts.

La voiture consomme 6 litres d'essence aux 100 km. Le prix de l'essence est de 1 € le litre.

Chaque billet de train coûte 10 € (prise en charge) plus 0,05 € par kilomètre parcouru. Un nouveau billet doit être acheté à chaque fois qu'un nouveau train est pris.

À partir des informations précédentes, on peut en conclure que :

- A. Pour ce voyage, le train coûterait plus de 90 €.
- B. Le voyage effectué en train coûterait plus cher que celui effectué en voiture.
- C. Le train coûtera plus cher tant que le prix par kilomètre parcouru sera supérieur à 0,03 €.
- D. Si pour le train, la prise en charge valait u , le prix par kilomètre parcouru v et pour la voiture, le nombre de litres d'essence consommés aux 100 km valait w , le train serait au même coût que la voiture si $w = \frac{3u}{14} + 100v$.

Question 17

Une étude plus poussée a permis de mieux calculer la consommation réelle de la voiture. La consommation en litre aux 100 km est linéairement dépendante de la vitesse. La consommation en litre aux 100 km sur un tronçon se calcule à partir de la fonction suivante :

$$f(x) = \frac{x}{20} + 1 \quad \text{où } x \text{ est la vitesse moyenne réalisée sur le tronçon.}$$

Notre commercial doit à nouveau effectuer un voyage pour visiter ses clients des villes L et M. Le départ et le retour sont toujours de la ville K. Le prix de l'essence est toujours de 1€ le litre.

À partir des informations précédentes, on peut en conclure que :

- A. Sur le tronçon KM, il consommera plus de 25 litres d'essence.
- B. La consommation totale pour l'ensemble du voyage sera supérieure à 80 litres.
- C. S'il roulait à une vitesse moyenne de 130 km/h sur le tronçon KL, il consommerait 6 litres de carburant supplémentaires.
- D. Sachant que le commercial est payé 5€ de l'heure de conduite, son employeur, qui paie également le carburant, aurait financièrement intérêt à ce que le commercial continue à rouler à 110 km/h sur le tronçon KL et non à 130 km/h.

Question 18

L'employeur étudie la possibilité d'acheter un nouveau véhicule roulant au gazole.

La consommation en litre aux 100 km pour ce nouveau véhicule se calcule sur un tronçon à partir de la fonction suivante :

$$g(x) = \frac{x^2}{600} - \frac{x}{12}, \quad \text{où } x \text{ est la vitesse moyenne réalisée sur le tronçon.}$$

Les calculs sont toujours réalisés sur le voyage permettant de visiter ses clients des villes L et M. Le départ et le retour sont toujours de la ville K.

À partir des informations précédentes, on peut en conclure que :

- A. Sur le tronçon KM, avec le nouveau véhicule, il consommerait plus de 25 litres de gazole.

B. Avec le nouveau véhicule, la consommation totale pour l'ensemble du voyage serait inférieure à 100 litres.

C. Si le coût de gazole était de 0,70€ le litre, ce nouveau véhicule coûterait moins cher en consommation que le véhicule à essence.