

CONCOURS AVENIR - 8 MAI 2014

DURÉE : 1 h 30 min

Cette épreuve comporte volontairement plus d'exercices que vous ne pouvez en traiter dans le temps imparti. La raison en est que votre enseignant n'a pas forcément traité l'ensemble du programme de Terminale S.

Vous devez répondre à 45 questions au choix parmi les 60 proposées pour obtenir la note maximale. Si vous traitez plus de 45 questions, seules les 45 premières seront prises en compte.

Aucun brouillon n'est distribué. Les pages blanches de ce sujet peuvent être utilisées à l'usage de brouillon.

L'usage de la calculatrice ou de tout autre appareil électronique est interdit.

Aucun document autre que ce sujet et sa grille réponse n'est autorisé.

Attention, il ne s'agit pas d'un examen mais bien d'un concours qui aboutit à un classement.

Si vous trouvez ce sujet « difficile », ne vous arrêtez pas en cours de composition, n'abandonnez pas, restez concentré(e). Les autres candidats rencontrent probablement les mêmes difficultés que vous !

Barème :

Une seule réponse exacte par question. Afin d'éliminer les stratégies de réponses au hasard, chaque réponse exacte est gratifiée de 3 points, tandis que chaque réponse fautive est pénalisée par le retrait d'1 point.

LES COMPLEXES

1. Le nombre complexe i est :

- a. nul
- b. négatif
- c. positif
- d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte

L'équation $z^3 + z = 0$ admet

2. Dans \mathbb{R} :

- a. 0 solution
- b. 1 solution
- c. 2 solutions
- d. 3 solutions

3. Dans \mathbb{C} :

- a. 0 solution
- b. 1 solution
- c. 2 solutions
- d. 3 solutions

Soient, dans un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) du plan complexe, les points A, B, C et D d'affixes respectives : $4 + i$; $-2 - i$; $2 + 3i$ et 1.

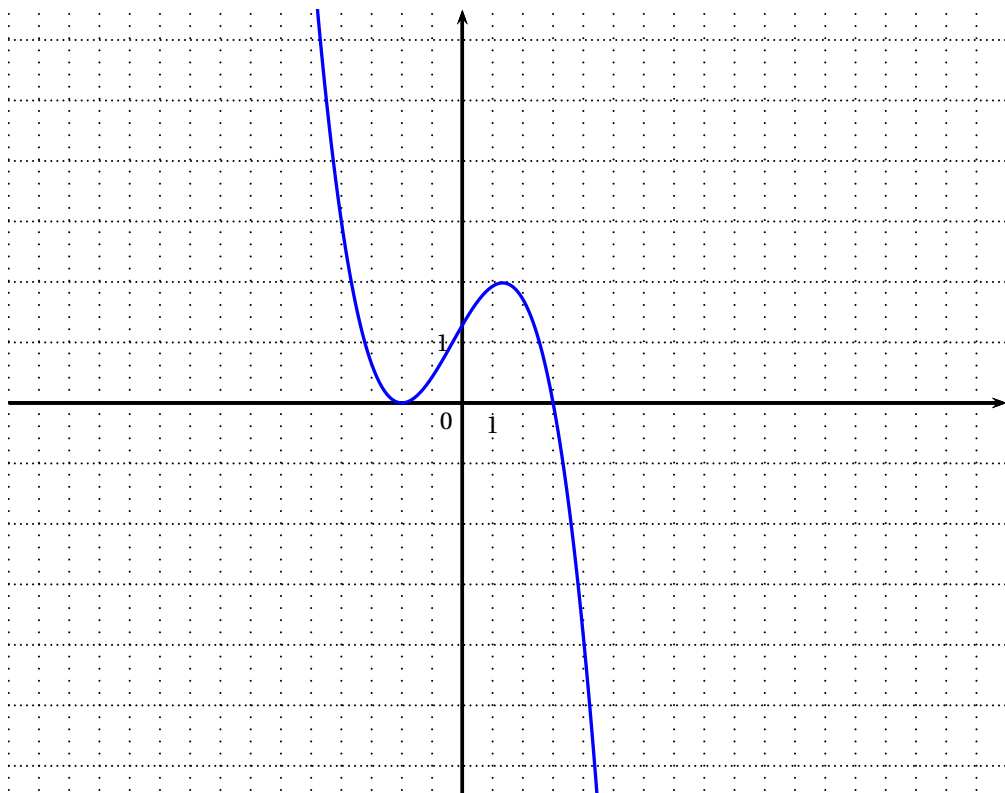
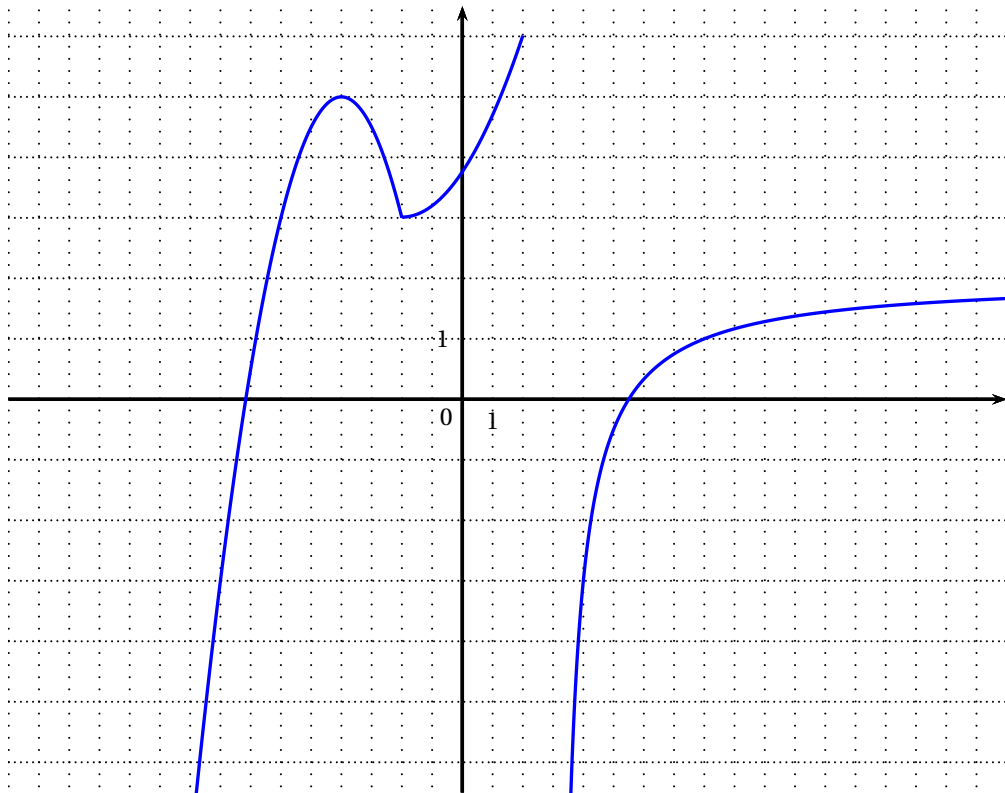
4. Le triangle ABC est :

- a. rectangle en A
- b. rectangle en B
- c. rectangle en C
- d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte

5. Un argument de $\left(i \frac{z_A - z_B}{z_C - z_D}\right)$ correspond à une mesure de l'angle orienté :
- $(\overrightarrow{CD} ; \overrightarrow{AB})$
 - $(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{CD})$
 - $\frac{\pi}{2} - (\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{CD})$
 - $\frac{\pi}{2} + (\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{CD})$
6. Le module de $\left(i \frac{z_A - z_B}{z_C - z_D}\right)$ correspond à :
- $i \frac{AB}{CD}$
 - $i \frac{CD}{AB}$
 - $\frac{AB}{CD}$
 - $\frac{CD}{AB}$
7. L'écriture algébrique de $\left(i \frac{z_A - z_B}{z_C - z_D}\right)$ est :
- $\frac{9}{5} + \frac{3}{5}i$
 - $\frac{8}{5} + \frac{6}{5}i$
 - $-2 + 2i$
 - aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte.
8. Le point D appartient au segment :
- [AB]
 - [AC]
 - [BC]
 - aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte.

INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

Ci-dessous les courbes \mathcal{C} et \mathcal{S} représentant respectivement les fonctions f définie sur $\mathbb{R} - \{3\}$ et g' définie sur \mathbb{R} .



9. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ est :

- a. $-\infty$
b. $+\infty$
c. un réel
d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte.
10. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ est :
a. 0
b. 1
c. 2
d. 3
11. Le nombre de solutions de l'équation $f'(x) = 1$ est :
a. 0
b. 1
c. 2
d. 3
12. Le nombre de solutions de l'équation $f'(x) \times g'(x) = 0$ est :
a. 0
b. 1
c. 2
d. 3
13. Sur $[-2 ; 3[\cup]3 ; +\infty[$ la fonction f est :
a. constante
b. strictement décroissante
c. strictement croissante
d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
14. Sur $[-2 ; 3]$ la fonction g est :
a. constante
b. strictement décroissante
c. strictement croissante
d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
15. $\int_5^7 f'(x) dx$ est :
a. nulle
b. strictement négative
c. strictement positive
d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
16. $\int_5^7 g'(x) dx$ est :
a. nulle
b. strictement négative
c. strictement positive
d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte

FONCTIONS

Soient : f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = 2e^{-3x} - 4x + 6\cos(0,5x),$$

f' sa fonction dérivée et F sa primitive s'annulant en 0.

17. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$
- a. $-\infty$
 - b. $+\infty$
 - c. n'existe pas
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
18. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$
- a. $-\infty$
 - b. $+\infty$
 - c. n'existe pas
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
19. Pour tout réel x on a : $f'(x) =$
- a. $2e^{-3x} - 4 + 6\sin(0,5x)$
 - b. $2e^{-3x} - 4 - 6\sin(0,5x)$
 - c. $-6e^{-3x} - 4 + 3\sin(0,5x)$
 - d. $-6e^{-3x} - 4 - 3\sin(0,5x)$
20. Le nombre de solution(s) de l'équation $f(x) = 0$ est :
- a. 0
 - b. 1
 - c. 2
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
21. La plus petite solution de l'équation $f(x) = 0$ est :
- a. strictement négative
 - b. strictement positive
 - c. nulle
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
22. Pour tout réel x on a : $F(x) =$
- a. $2e^{-3x} - 2x^2 + 6\sin(0,5x)$
 - b. $2e^{-3x} - 2x^2 + 6\sin(0,5x) - 2$
 - c. $-\frac{2}{3}e^{-3x} - 2x^2 + 12\sin(0,5x)$
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
23. $\int_{-1}^{-3} f'(x) dx$ est :
- a. nulle
 - b. strictement négative
 - c. strictement positive
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte

24. $\int_{-1}^{-3} f(x) dx$ est :
- nulle
 - strictement négative
 - strictement positive
 - aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
25. f est une fonction :
- à la fois paire et impaire
 - paire non impaire
 - impaire non paire
 - aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
26. f est une fonction :
- périodique de période 2π
 - périodique de période π
 - périodique de période $\frac{\pi}{2}$
 - aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte

SUITES

Soient les suites : (U_n) définie par $U_0 = 4$ et pour tout entier naturel n : $U_{n+1} = -\frac{3}{2}U_n + \frac{5}{2}n + 1$
et (V_n) par $V_n = U_n - n$

27. $U_2 =$
- 11
 - $\frac{39}{4}$
 - 5
 - aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
28. (U_n) est :
- arithmétique et géométrique
 - arithmétique non géométrique
 - géométrique non arithmétique
 - aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
29. (V_n) est :
- arithmétique et géométrique
 - arithmétique non géométrique
 - géométrique non arithmétique
 - aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
30. Quel que soit n : $U_n =$
- $4 \times (-1,5)^n - n$
 - $4 \times (-1,5)^n$
 - $4 \times (-1,5)^n + n$
 - aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
31. La suite (U_n) :
- converge
 - diverge vers $-\infty$
 - diverge vers $+\infty$
 - aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte

32. $\sum_{k=0}^{2014} U_k$ est :
- a. nulle
 - b. strictement négative
 - c. strictement positive
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte

PROBABILITÉS

On lance deux fois de suite et de manière indépendante un dé parfaitement équilibré à six faces dont : deux sont blanches marquées chacune du chiffre 2 ; une est blanche marquée du chiffre 1 ; une est noire marquée du chiffre 1 et les deux autres sont noires marquées du chiffre 3. On considère les variables aléatoires X correspondant à la somme des deux chiffres obtenus et Y le nombre de couleurs différentes obtenues.

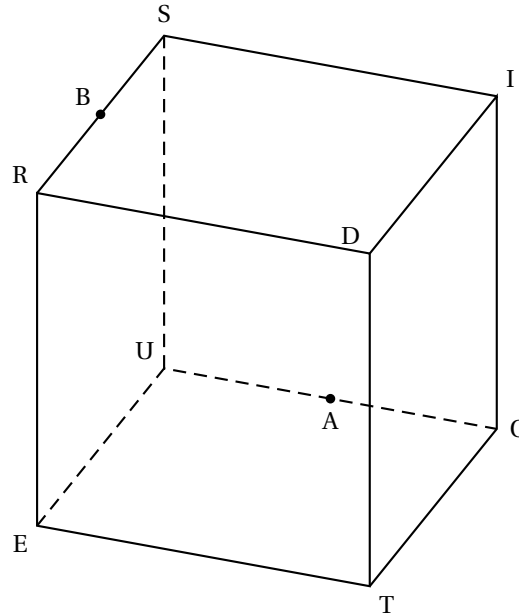
33. Le nombre de valeurs différentes pouvant être prises par X est :
- a. 3
 - b. 4
 - c. 5
 - d. 6
34. $P(X = 2) =$
- a. $\frac{1}{6}$
 - b. $\frac{2}{36}$
 - c. $\frac{4}{36}$
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
35. $P(Y = 1) - P(Y = 2)$ est :
- a. nul
 - b. strictement négatif
 - c. strictement positif
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
36. $P(X = Y) =$
- a. $P(X = 1)$
 - b. $P(X = 2)$
 - c. $P(X = 1) + P(X = 2)$
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
37. L'espérance mathématique $E(Y) =$
- a. $\frac{1}{2}$
 - b. $\frac{2}{2}$
 - c. $\frac{3}{2}$
 - d. 2
38. $P_{Y=2}(X = 2) =$
- a. $\frac{1}{2}$
 - b. $\frac{1}{9}$
 - c. $\frac{1}{18}$
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte

39. $P_{X=2}(Y = 2) =$

- a. $\frac{1}{2}$
- b. $\frac{1}{9}$
- c. $\frac{1}{18}$
- d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte

GÉOMÉTRIE NON ANALYTIQUE DANS L'ESPACE

Soient ETOURDIS un cube et les points A et B milieux respectifs des arêtes [OU] et [RS] :



40. La section de ce cube par le plan (EAS) est :
- a. un segment
 - b. un triangle
 - c. un quadrilatère
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
41. La section de ce cube par le plan (EAB) est :
- a. un segment
 - b. un triangle
 - c. un quadrilatère
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
42. La section de ce cube par le plan (EAD) est :
- a. un segment
 - b. un triangle
 - c. un quadrilatère
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE DANS L'ESPACE

Dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace, on considère les points $A(0; -5; 0)$, $B(1; 0; 1)$,

$C(-1; -7; 0)$, la droite D d'équation paramétrique :
$$\begin{cases} x = -6a + 6 \\ y = 4a - 9 \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{où } a \in \mathbb{R} \text{ et le plan } P$$

d'équation cartésienne : $3x - 2y - 10 = 0$.

43. Le point A :
- appartient à D et à P
 - appartient à D mais pas à P
 - appartient à P mais pas à D
 - n'appartient ni à D ni à P
44. Le triangle ABC est :
- rectangle en A
 - rectangle en B
 - rectangle en C
 - aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
45. D et P sont :
- parallèles
 - sécantes non perpendiculaires
 - perpendiculaires
 - aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
46. Les droites (AB) et D sont :
- parallèles
 - sécantes non perpendiculaires
 - perpendiculaires
 - aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
47. C est sur la sphère de centre B et de rayon r où r appartient à l'intervalle :
- [5 ; 6]
 - [6 ; 7]
 - [7 ; 8]
 - [8 ; 9]

ALGORITHMIQUE

On considère l'algorithme suivant :

Saisir un entier $N \geq 1$
Affecter à S la valeur 1
Affecter à T la valeur 1
Tant que $T \leq N$
Affecter à S la valeur $S + \ln(T)$
Affecter à T la valeur $T + 1$
Fin de tant que
Affecter à L la valeur $S - 1$
Afficher L

48. La valeur de L affichée pour $N = 1$ est :
- 0
 - 1
 - 2
 - aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte

49. La valeur de L affichée pour $N = 3$ est :
- a. $\ln(5)$
 - b. $\ln(6)$
 - c. $\ln(7)$
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
50. La plus grande valeur de N telle que $L \leq \ln(25)$ est :
- a. 3
 - b. 4
 - c. 5
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
51. La plus petite valeur de N telle que $e^{2N} \geq 25$ est :
- a. 3
 - b. 4
 - c. 5
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte

LOIS DE DENSITÉ

X suit la loi normale de moyenne -2 et de variance V telle que $P(X \leq 0) = a$ et Y suit la loi exponentielle de paramètre $0,2$.

52. Ainsi :
- a. $a = 0,5$
 - b. $a < 0,5$
 - c. $a > 0,5$
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte.
53. $P(X = 0) =$
- a. 0
 - b. 0,5
 - c. 1
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
54. $P(-2 \leq X \leq 0) =$
- a. $a - 0,5$
 - b. $a + 0,5$
 - c. 2
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
55. $P(X < -2) = b$ où :
- a. $b = 0,5$
 - b. $b < 0,5$
 - c. $b > 0,5$
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
56. $E(Y) =$
- a. 0,2
 - b. 5
 - c. $5\ln(2)$
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte

57. $P(-1 \leq Y \leq 1) =$
- a. $e^{0,2} - e^{-0,2}$
 - b. $e^{-0,2} - e^{0,2}$
 - c. $1 - e^{0,2}$
 - d. $1 - e^{-0,2}$
58. La valeur de θ telle que $P(Y < \theta) = P(Y > \theta)$ est
- a. 0
 - b. $\frac{1}{2}$
 - c. 1
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
59. $P_{Y>8}(Y < 5) =$
- a. $\frac{P(Y < 8) - P(Y < 5)}{P(Y < 8)}$
 - b. $\frac{P(Y > 8) - P(Y < 5)}{P(Y > 8)}$
 - c. $1 - P(Y < 3)$
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte
60. $P_{Y<8}(Y > 5) =$
- a. $\frac{P(Y < 8) - P(Y < 5)}{P(Y < 8)}$
 - b. $\frac{P(Y > 8) - P(Y < 5)}{P(Y > 8)}$
 - c. $1 - P(Y < 3)$
 - d. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte

FIN DE L'ÉPREUVE