Corol’aire

Juin 2023 n° 133

Quelques questions sur l’apprentissage de la programmation

Frédéric de Ligt

Le numérique à l’école a désormais deux dimensions : l’usage du numérique et l’initiation à l’informatique. Pour ce qui concerne l’informatique, trois apprentissages peuvent y être distingués : l’algorithmique, le codage et l’apprentissage d’un langage de programmation. Les deux premiers commencent dès la maternelle et se poursuivent tout au long de la scolarité. Ils sont indispensables pour aborder le dernier apprentissage. Au-delà de ce cadre, leur intérêt dans la structuration de la pensée abstraite est évident. Je voudrais concentrer mon édito plus précisément sur cette initiation à la programmation. Au collège, l’élève découvre puis progressivement utilise le langage Scratch. Au lycée, on oublie Scratch et on passe au langage Python. Des heures du cours de mathématiques sont consacrées à leur apprentissage.
Première question. Quelle évaluation terminale, donc au niveau du baccalauréat, a été mise en place pour mesurer son acquisition avant l’entrée dans le supérieur ?
Avec la nouvelle architecture du lycée, un élève de terminale n’ayant pas choisi de spécialité scientifique sera peut-être confronté une fois ou deux dans la classe d’enseignement scientifique à un programme informatique, à l’occasion d’une activité. À la suite de quoi il n'aura plus, dans la très grande majorité des cas, la nécessité ou le goût de programmer lors de sa formation ultérieure et plus tard dans sa vie privée ou professionnelle.
Toutes ces heures dispensées pour un bien maigre bénéfice. Sans vouloir être utilitariste, je cherche encore, pour ce public, l’apport de l’apprentissage d’un langage de programmation.
Et si maintenant l’élève a choisi des spécialités scientifiques, il a très certainement choisi de poursuivre un enseignement de mathématiques en terminale sous l’une des deux formes possibles : enseignement complémentaire ou spécialité mathématiques.

(*suite page suivante*)

Sommaire

Ceux qui ont choisi l'enseignement complémentaire seront évalués de façon très variable et sans doute anecdotique sur leurs compétences en programmation dans le cadre du contrôle continu.
Ceux qui ont opté pour la spécialité mathématiques vont passer une épreuve de baccalauréat de quatre heures où, très certainement, sera inséré un petit programme rédigé en Python qu'il faudra compléter ou dont il faudra pouvoir expliciter l'affichage de sortie. Après sept années d'apprentissage de la programmation cela semble bien court pour de futurs scientifiques. Le risque étant que, l'épreuve terminale pilotant les enseignements en amont, des professeurs de mathématiques se calent sur ce niveau d'exigence ou bien, d'un autre point de vue, consacrent malgré tout de nombreuses heures à programmer au détriment de l'enseignement proprement dit de mathématiques.
Seconde question. On sait que la France va avoir un besoin croissant d'informaticiens. La stratégie consistant à initier dès le plus jeune âge toute la population à la programmation dans l'espoir de voir grossir le flux de jeunes s'engageant dans la voie de l'informatique est-elle pertinente ? Le rendement va-t-il être à la hauteur des espérances ? Dans son rapport « *Diplômés pour le numérique et l'informatique en France : chronique d'une pénurie annoncée* » du 14 mars 2023, la société informatique de France, qui est à l'initiative de ce mouvement, s'inquiète. La création de la spécialité NSI, qui devait voir affluer tous les jeunes préparés par des années d'initiation, se révèle pour le moment assez décevante sur le plan des effectifs. La spécialité n'est présente que dans deux tiers des lycées et par ailleurs la moitié des élèves abandonnent cette spécialité en terminale. Enfin, ce rapport souligne l'inadaptation du supérieur à l'accueil des élèves ayant choisi cette orientation.
Beaucoup d'énergie a été dépensée actuellement pour un résultat somme toute modeste. Faut-il être plus patient, retravailler la tactique comme le suggère le rapport de la SIF, en généralisant à tous les lycées la présence de la spécialité NSI et en permettant une meilleure poursuite d'étude à ceux qui ont choisi cette spécialité ou bien faut-il s'interroger plus globalement sur la stratégie employée et l'adéquation de l'architecture mise en place avec les buts poursuivis ?

https://www.societe-informatique-de-france.fr/2023/03/diplomes-pour-le-numerique-et-linformatique-en-france-chronique-dune-penurie-annoncee/

Rallye mathématique de Poitou-Charentes

RALLYE 2024

Le Rallye 2024 dans les starting blocks

Corinne Parcelier

Ça y est, le compte à rebours est lancé !
L'équipe du Rallye s'est réunie pour la première fois le mercredi 5 avril pour préparer l'édition 2024. Nous étions vraiment contents de nous retrouver enfin tous ensemble autour d'une même table !
Au programme de la réunion, l'élaboration de la partie recherche sur le thème : « **Maths & sports** ».
Comme d'habitude, les idées ont fusé ; c'est toujours un moment frustrant car on sait qu'il faut faire des choix et éliminer des propositions qui sont pourtant très intéressantes.
On s'est mis d'accord pour réaliser un petit questionnaire sur l'histoire des Jeux Olympiques qui sera présenté à tous les élèves. On pense ensuite à privilégier un sport ou un domaine sportif par niveau. Pour le moment, ce n'est encore qu'une ébauche mais on doit se revoir début juin pour poursuivre le travail.
On aimerait bien finaliser la partie thème d'ici la fin de l'année scolaire...

Comité de la Régionale APMEP de Poitou-Charentes

Le Comité de la Régionale s'est réuni le mercredi 21 juin 2023.

La Journée de la Régionale

La Journée de la Régionale aura lieu le mercredi 18 octobre 2023 au Lycée Merleau-Ponty de Rochefort que nous remercions pour son accueil. Elle a été inscrite au PAF et une subvention a été demandée dans le cadre de la Fête de la Science.
L'Assemblée générale statutaire de la Régionale, avec les questions d'actualité, s'y tiendra. Il est prévu, sous toute réserve, une conférence sur les images numériques et les ateliers suivants :
- Math City Map dans la ville de Rochefort,
- visite commentée d'une de nos expositions,
- Jeux-Écollège 5,
- les grandeurs au cycle 4,
- exploitation de vidéos de Lumni sur l'Histoire des Mathématiques,
- présentation et exploitation de l'exposition Maths & images,
- autour d'un escape game sur le thème Maths et sports,
- réaliser un Maths City Map.

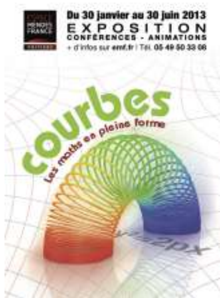
Le prochain comité du 13 septembre finalisera l'organisation de cette Journée. L'emploi du temps définitif et le bulletin d'inscription paraîtront dans le prochain Corol'aire de septembre.

Le Rallye

Sa préparation sur le thème « Maths et sports » et sur la partie problèmes se poursuit *(page précédente)*.

Les expositions

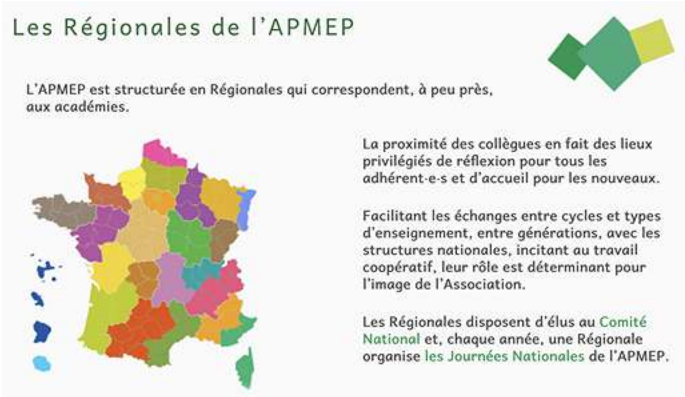
L'inauguration de l'exposition conçue par la Régionale et l'IREM&S de Poitiers « **Maths et Images**, *une histoire de point de vue* » aura lieu le 4 octobre prochain à l'Espace Mendès France de Poitiers. Frédéric de Ligt y représentera la Régionale. L'Espace Mendes France a beaucoup investi dans cette exposition dans l'espoir de faire venir un large public. Un lien est donné dans le Corol'aire pour s'inscrire à son inauguration *(voir page 8)*. Comme pour les expositions précédentes, la Régionale assurera la circulation de la version itinérante.
La Régionale et l'IREM&S ont rédigé une brochure de 180 pages pour accompagner l'exposition. Elle sera visible sur les sites de la Régionale, de l'IREM&S et de l'Espace Mendès France.
Une nouvelle convention tripartite (APMEP, IREM&S, Espace Mendès France) est en voie de rédaction ; elle définira le rôle de chacune des trois entités dans la conception, la réalisation et l'exploitation des expositions.



Concernant l'exposition « **Courbes**, *les maths en pleine forme* », il est suggéré d'établir une convention type avec les lycées pour que des laboratoires de mathématiques puissent en disposer gratuitement pendant une période qui reste à déterminer. Le prochain Corol'aire de septembre donnera des informations plus précises sur les conditions d'emprunt.

Le site de la Régionale

Il a été décidé de placer désormais le site de la Régionale sur le site national, d'y déposer toutes les nouvelles publications et de donner un lien pointant vers le site actuel pour accéder aux archives.



Pour contacter la Régionale l'adresse à utiliser est regapmep@apmep-poitoucharentes.fr

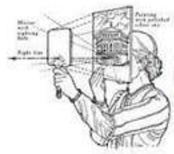
Compte rendu d'interventions

Jean-Marie Parnaudeau a représenté la Régionale au colloque de didactique de la CII qui s'est déroulé à Poitiers les 25 et 26 mai *(voir page 9)*.
Corinne Parcelier est intervenue lors d'un atelier au Cap Ferret pour présenter Maths City Map à des animateurs de centres scientifiques, c'est une retombée positive des Journées Nationales à Jonzac. À cette occasion, Corinne a constaté que l'APMEP n'était pas connue de ce public scientifique *(voir page 10)*.
À la suite de cet atelier, une demande lui a été faite par la chaîne de télé « Curieux » de présenter sous forme d'une courte vidéo des notions mathématiques présentes dans des situations de la vie courante. Le comité se réjouit qu'elle y participe au nom de la Régionale.

Une demande de rapprochement avec l'association MATHebdo a été évoquée en particulier pour de la formation auprès des IEN et des RMC.

En préparant l'expo…

Les images de nos écrans, vous connaissez ?



Les artisans du pôle 5 : *Jean-Charles Canonne, Jean-Paul Guichard et Nicolas Minet*

Après une promenade historique sur les traces de la perspective, en voici une contemporaine autour des images de nos écrans qui sera l'un des pôles de notre très prochaine exposition **Maths & images**. L'inauguration sera suivie d'une conférence de Denis Favennec sur la perspective. Venez nombreux la découvrir et soutenir notre travail.

Quand vous affichez une image sur votre portable, tablette ou ordinateur, avez-vous une idée de la façon dont elle est fabriquée ? L'idée est très simple : un assemblage de petits carrés, les pixels. Mais comment, avec cette technique, obtenir une image aussi vraie que possible ? Définition, résolution, dpi… sont des termes techniques qui nous sont familiers quand on scanne une photo et qu'on parle de sa qualité. Que recouvrent ces termes ? Quelle est leur importance ? Cette image il va falloir la transformer en nombres pour en faire un fichier numérique qui permettra de la stocker, de l'afficher, de l'imprimer, de la modifier. Pour cela il faut coder les pixels et leurs couleurs, et faire des choix en tenant compte des contraintes informatiques : structure des mémoires, taille des fichiers, taille des supports… Pour améliorer la qualité de l'image on va transformer les nombres du fichier avec des statistiques, et pour réduire sa taille on utilise des transformations de Fourier.

Si l'image peut être obtenue avec un appareil photo numérique, elle peut aussi être créée de toutes pièces en la programmant sur un ordinateur avec un logiciel. Mais comment programmer les courbes qui délimitent les formes ? Quels pixels choisir pour tracer une droite, un cercle ? Comment transformer le continu en pixels, comment le discrétiser ? C'est l'objet d'une nouvelle géométrie qui offre bien des surprises : la géométrie des pixels.

L'image numérique est un objet multifacettes : une représentation de la réalité comme toute image, un objet de la réalité, bien visible sur un écran, un être immatériel fait de nombres et de formules, le fichier image, sans lequel l'image ne peut exister ! Et dans cette image sont embarqués des tas de mathématiques, et de plus en plus. Vous avez pu en avoir un aperçu si vous êtes allés au Journées Nationales à Jonzac et que vous avez choisi les conférences de Sylvie Aleyrangues, de Rémi Guillevin ou Philippe Carré qui travaillent tous dans des laboratoires de l'Université de Poitiers. Et il y a là aussi des tas de nouveaux métiers passionnants pour nos élèves, mêlant mathématiques et informatique.

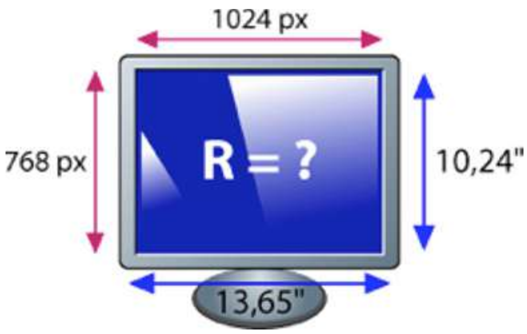
Compliqué tout cela ? Non ! Car on peut aborder le sujet par plusieurs aspects, de la maternelle à l'université. **Quelques flashs.**

Le pixel art

Les Romains n'auraient-ils pas inventé les pixels ? Les petits carrés de couleur qui forment la mosaïque moderne du dauphin ne sont pas alignés sur un quadrillage. Or le support de toute image numérique est un quadrillage, que ce soit celui du capteur d'un appareil photo ou celui de l'écran de votre ordinateur, et ses carrés s'appellent des pixels.

C'est ce qui a donné naissance au pixel art avec l'apparition des premières images sur les écrans dans les années 1970. Et on est passé de Space Invaders (1978) à Invader, l'artiste français qui réalise sur les murs des villes du monde des mosaïques respectant la loi des pixels. Evidemment c'est plus difficile pour représenter des vagues, un soleil, des formes arrondies… Mais en s'éloignant…
De nombreux sites pédagogiques se sont emparés du pixel art. Pour les jeunes enfants, réaliser des tableaux en pixel art, par coloriage, permet de travailler le repérage. Et sur une idée de Christine Oudin (dans Jeux 9 de l'APMEP) se sont développées de nombreuses activités numériques, pour les cycles 3 et 4, répétitives, motivées par la réalisation d'un dessin inspiré du pixel art qui permettent un autocontrôle des résultats (voir sur le site de l'IREM de Lyon : https://math.univ-lyon1.fr/irem/IMG/pdf/Pixel_Art_Mathematiques.pdf).

Les écrans

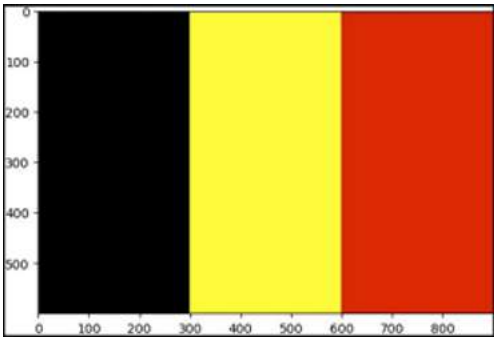


Les caractéristiques de cet écran nous permettent de savoir combien de pixels s'affichent (sa définition) : 1024x768, soit environ 800 000. Et quelle est alors la taille d'un pixel, ou le nombre de pixels par cm ou par pouce (ppp) ? C'est la résolution R qui est demandée sur ce schéma : 75ppp. Le pouce c'est 2,54 cm, ce qui fait entre 29 et 30 pixels par cm, soit environ 3/10 de mm pour la taille du pixel.
Et pour l'écran de votre portable ?

Les fichiers images

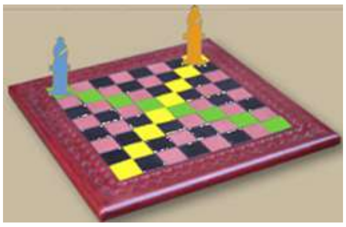
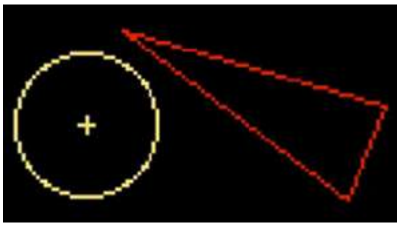
Quelles informations nous apportent ces données que l'on peut retrouver facilement sur le fichier de nos photos (propriétés, onglet « détails ») ?
La définition de l'image : les 480 000 pixels (0,48 Mpx) qui la forment. Un bon exercice de calcul mental pour nos élèves.
La profondeur de couleur : les couleurs sont ici codées en 24 bits, soit 3 octets par pixel (1 octet = 8 bits).
Donc l'image a une taille de 3 × 480 000 octets, soit environ 1,5 millions d'octets.
En comparant avec la taille du fichier on constate que l'image a été compressée. La taille du fichier est environ 5,5 fois moins grande que la taille de l'image. On peut se demander combien de telles images auraient pu être stockées dans une clé de 12 Go s'il n'y avait aucune compression. L'étude des algorithmes de compression nous renvoie vers nos études universitaires. Comme quoi les mathématiques sont plus utiles qu'on veut bien le croire ! Les calculs semblent relativement simples, mais ne trouvez-vous pas étrange que 268 307 octets ≈ 262 Ko ? D'où vient la différence ? En fait, en informatique, 1 Ko ne vaut pas 1 000 octets mais 2^{10} octets, soit 1 024 octets.
Donc 268 307 octets = 268 307/1 024 Ko ≈ 262 Ko, cqfd. Les puissances, on les retrouve aussi dans le codage des couleurs. On peut coder les couleurs sur 1 bit (2 couleurs possibles, usuellement noir et blanc), sur 2 bits (4 couleurs possibles), sur 4 bits (16 couleurs possibles), sur 8 bits (256 couleurs possibles), et sur 24 bits ? $(2^8)^3 = 2^{24}$ possibilités soit plus de 16 M de couleurs (un bon calcul sur les puissances à partir de $2^{10} \approx 10^3$). Et ceci à l'aide de 256 teintes pour chacune des 3 couleurs de base (RVB) codées par un nombre de 0 à 255, codes que vous retrouvez sur des logiciels de traitement ou de fabrication d'images. Comme quoi les quelques « chiffres » des propriétés du fichier d'une image peuvent nous amener loin.

Fabriquer des images numériques



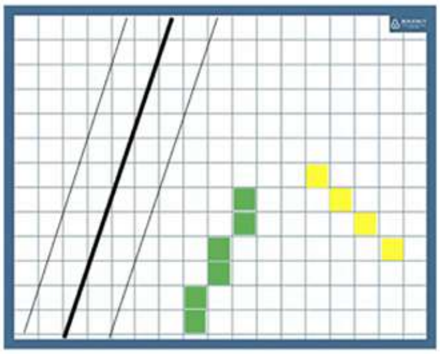
On peut facilement imaginer comment, avec un logiciel (comme Scratch ou Python), on va pouvoir produire l'image d'un drapeau tel que celui de la Belgique, le modifier pour en faire celui de la France… Mais pour réaliser d'autres drapeaux, il va falloir utiliser des droites obliques ou des cercles. Leurs équations, bien calibrées, vont permettre d'y arriver via le régionnement du plan qu'elles opèrent. On voit combien équations et inéquations à deux inconnues vont être des outils utiles et donner sens à leur apprentissage.

La géométrie des pixels

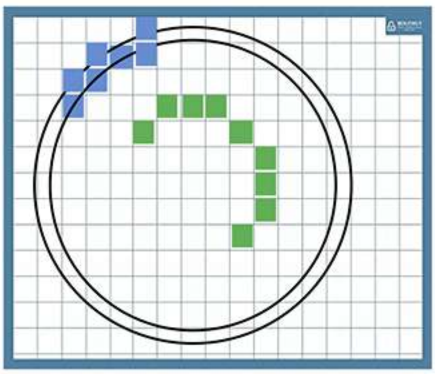





Mais si on zoome sur la droite de pente 1 qui a permis de réaliser le pavillon de marine Oscar, on n'a plus une droite mais un escalier de pixels. Nous ne sommes plus dans le continu, mais dans le discret, et la géométrie n'est plus forcément la même. Par exemple deux droites de pentes différentes peuvent n'avoir aucun pixel commun, comme le montre l'image de l'échiquier, donc ne se sont pas sécantes au sens classique d'avoir un point commun ! Et petit à petit il faut tout redéfinir : les objets et leurs relations. Une géométrie à découvrir.
Pour terminer, nous vous proposons deux activités que l'on peut faire à partir du cycle 2, et qui permettent de relier la géométrie des pixels aux problèmes que rencontre le pixel art pour représenter les formes.

Tracés de droites et de cercles avec des pixels.



1) Quels pixels peut-on colorier pour représenter la droite en gras sur le quadrillage, en restant entre les deux parallèles ?
Imaginons que les pixels jaunes sont sur une même droite. Coloriez les autres pixels de cette droite !
Imaginons que les pixels verts sont sur une même droite pixélisée. Coloriez les autres pixels de cette droite verte !
Vous venez de dessiner une droite verte et une jaune avec des pixels. Ont-elles la même pente ? Ces droites sont-elles sécantes pour autant ?



2) Imaginons que les pixels verts sont sur un même cercle. Coloriez les autres pixels de ce cercle.
Coloriez le pixel qui est au centre du cercle
Disons qu'un cercle bleu est constitué des pixels bleus qui sont au moins en partie compris entre les deux cercles parallèles. Coloriez les autres pixels de ce cercle bleu !

Inauguration à l'Espace Mendès France
le mercredi 4 octobre 2023 à 18 h

L'inauguration sera suivie d'un moment de convivialité avant la conférence de Denis Favennec. Venez nombreux.
Afin que l'Espace Mendes-France puisse gérer au mieux, il serait souhaitable que vous signaliez votre venue auprès d'Edith Cirot : edith.cirot@emf.ccsti.eu 8 jours avant l'inauguration.

Cette exposition sera visible dans les locaux de l'Espace Mendes France du 5 octobre 2023 au 6 juillet 2024

L'exposition

Son objectif est de montrer que les modes de représentation ont varié selon les époques, les civilisations et les problématiques ainsi que le rôle joué par les mathématiques dans ces représentations. Elle permettra de montrer encore une fois que les mathématiques sont partout : elles sont liées aux arts, à la technologie, à l'architecture et au numérique, et trouvent des applications dans notre vie quotidienne.
Elle met aussi en avant la façon dont se créent les théories mathématiques avec deux exemples :
- de la perspective artistique à la géométrie projective,
- de la représentation d'images sur un écran à la géométrie discrète.

Cinq pôles

Le dessin technique, perspective cavalière, vues, patrons, lignes de niveaux, scanners
La perspective artistique, son histoire, ses peintres théoriciens, sa mathématisation,
Les anamorphoses, de la perspective, dévoyée aux anamorphoses par miroirs,
Les objets impossibles, de la tripoutre de Penrose aux travaux de Escher,
Les images de l'écran, la pixellisation et le pixel art.

Comme pour les précédentes expositions, les idées essentielles sont de donner du sens aux mathématiques enseignées et de montrer qu'une autre approche de l'enseignement des mathématiques est possible en classe.
Maquettes, manipulations, défis, permettront de montrer des mathématiques scolaires sous un jour nouveau, à la fois ludiques et culturelles, et toujours avec le souci que tout ou partie de l'exposition soit accessible dès la maternelle, pour les scolaires de tous niveaux et pour un large public.

Les conférences

- Conférence inaugurale

Sciences et arts en perspective de Denis Favennec à 20 h 30.
Denis Favennec est mathématicien et historien d'art, professeur de mathématiques en classes préparatoires au Lycée Montaigne à Bordeaux.

Depuis son invention par l'architecte Filippo Brunelleschi à Florence vers 1415, jusqu'à ses utilisations les plus récentes dans l'imagerie et la modélisation, la représentation perspective n'a cessé d'osciller entre arts et sciences. Par l'étude commentée de quelques œuvres marquantes, principalement dans le domaine de la peinture mais aussi celui de l'architecture, du théâtre et l'art des jardins, nous examinerons les relations fécondes et tendues qu'artistes et mathématiciens ont entretenues dans leur pratique de la perspectiva artificialis.

- En début d'année 2024 : ***Autour des images numériques*** de Mickaël Ribardière.

Documents pédagogiques

Un livret explicatif (culturel, historique, mathématique et pédagogique) permettra aux enseignants de préparer la visite avec leurs élèves et de prolonger cette visite par des travaux en classe.
Ce livret sera disponible sur les sites des partenaires de l'exposition :
Espace Mendes France, Régionale APMEP de Poitou-Charentes et IREM&S de Poitiers.

Rencontres autour de la compétence « Modéliser »

Colloque Inter IREM des 25-26 mai 2023

Walter Mesnier

Ils étaient presque une centaine de participants : professeurs, formateurs, inspecteurs, universitaires, retraités ou étudiants, venant souvent des IREM mais aussi de Belgique, de Suisse ou d'Espagne.
Tous, plus ou moins spécialistes de la didactique des mathématiques, ont été accueillis jeudi matin autour d'un café brûlant avant que ne débute ce colloque organisé par les maestros Sébastien Dhérissard et Dominique Gaud, membres de l'IREM&S de Poitiers.

Juste avant la conférence inaugurale, Youssef Barkatou, le directeur de l'IREM&S de Poitiers, ainsi que Sébastien Peyrot, IPR de l'Académie, rappellent l'implication de l'IREM&S de Poitiers dans la didactique des mathématiques depuis de nombreuses années. Selon eux, la compétence « Modéliser » est centrale dans l'apprentissage des mathématiques et mérite d'être développée car trop longtemps mise à l'écart.

- Les mathématiques commencent-elles à l'extérieur du modèle, ou bien juste à l'intérieur ?
- Faire un dessin pour s'approprier une situation, n'est-ce pas la première chose à apprendre à un élève ?
- Ou bien est-ce une perte de temps, et mieux vaut alors développer les techniques utiles à résoudre les problèmes une fois bien formulés mathématiquement ?

C'est autour de ces questions traitées de façon plus ou moins technique par les conférenciers et animateurs d'ateliers que des échanges fructueux ont eu lieu.

Des personnalités telles que Charles Torrossian, Alain Kuzniak, Pierre Job ou Marianna Bosch, ont présenté des pistes intéressantes, souvent abstraites et difficiles à saisir pour les néophytes, mais illustrées d'exemples telles que la sûreté des cadenas, les ponts suspendus, la taille d'un géant, la soupe de Boucle d'Or ou les soirées PISA[1].

Notons aussi la présence de **Delta TV**, un groupe de jeunes lycéens du LP2i qui a pris en charge l'aspect technique de la captation d'images et de son, avec enthousiasme et talent.
Le LP2i a d'ailleurs été également le laboratoire d'une séance d'observation inédite. Imaginez une quinzaine de didacticiens, observant une classe en train de travailler sur un problème de modélisation dont le sujet est une sortie baignade ! Dans cet atelier sur le protocole des « lessons studies », on nage entre le concret et l'abstrait de l'enseignement.

[1] Il s'agit bien de l'évaluation PISA, pas de PIZZAS !!!

D'autres ateliers très intéressants permettaient aussi d'explorer l'enseignement de la modélisation, (algèbre, fractions, fonctions, grandeurs, barres, algorithmes...) et de percevoir les principaux obstacles ainsi que des pistes pour les prendre en compte.

Enfin, avant la TABLE RONDE finale, la dégustation d'un BROYÉ géant du Poitou a été réalisée sous le SOLEIL pictave, trois objets pouvant être modélisés par le même objet mathématique : Le CERCLE.

Tous les détails sur le site du colloque : https://irem.univ-poitiers.fr/colloque2023/index.html

---

J'ai participé au CLUB MED'iation 2023

Corinne Parcelier

Le Club MED'iation ? C'est le forum des acteurs de culture scientifique de la Nouvelle-Aquitaine !

*Sous la houlette de **N**ouvelle **A**quitaine **C**ulture **S**cientifique, **T**echnique et **I**ndustriel (NACSTI), ce forum est organisé par les quatre Centres de Culture Scientifique, Technique et Industriel de la Région : **Cap Sciences** à Bordeaux, **Espace Mendès France** à Poitiers, **Lacq Odyssée** dans les Pyrénées Atlantiques et les Landes, **Récréasciences** à Limoges. Il est piloté par NACSTI avec l'aide des quatre CCSTI.*

Où ? Quand ?

Nous avons été reçus au VVF de Claouey, à côté de Lège Cap Ferret les mercredi 31 mai et jeudi 1er juin 2023 sous un soleil radieux...

Au programme : une conférence, des ateliers, beaucoup d'échanges !

J'ai été invitée en tant que représentante de la Régionale APMEP de Poitou-Charentes pour animer un atelier qui permettrait de faire de la médiation scientifique en mathématiques. Or, lors des Journées Nationales à Jonzac, j'avais fait partie du groupe qui s'était lancé dans l'élaboration d'un rallye mathématique en extérieur, dans les rues de Jonzac, avec l'application MathCityMap. Il avait ensuite été proposé aux collégiens et lycéens qui ont participé à la journée OFF du vendredi 21 octobre 2022. Il m'a semblé que, d'une part, ce serait un bon moyen de faire vivre les mathématiques en dehors d'un cadre purement scolaire et que, d'autre part, les acteurs de culture scientifique pouvaient s'emparer du projet.

Mon défi était donc le suivant : en 1 h 30 minutes, présenter succinctement le site MathCityMap ainsi que son application à télécharger sur smartphone (ou tablette) et élaborer deux ou trois épreuves d'un rallye.

Heureusement, le lieu sur lequel nous avons opéré se prêtait parfaitement à cette activité ! Je crois que je ne me suis pas trop mal débrouillée... J'avais préparé un diaporama pour la première partie et nous sommes partis arpenter le VVF pour la deuxième. Nous n'avons pas eu le temps de rentrer dans les détails mais les participants et participantes ont semblé emballé.e.s par la proposition.

D'un point de vue plus personnel, je dois dire que l'organisation du séjour était parfaite. Après les efforts réalisés pour les Journées Nationales de l'APMEP à Jonzac, il était plaisant de profiter du travail des autres tout en étant consciente de ce que cela représentait.

Par ailleurs, cela m'a été très instructif concernant la place occupée par les mathématiques dans le monde des acteurs scientifiques. Il y a une demande très claire de créer ou maintenir un partenariat avec des structures référentes dans le domaine des mathématiques. L'APMEP devrait être aux premières loges mais il faut se rendre à l'évidence, notre association n'est pas très connue ! Les personnes que j'ai rencontrées sur place (en dehors des membres de CCSTI) ne connaissaient pas son existence. Il y a une forte demande notamment du côté des médiathèques, lorsqu'elles participent à la fête de la science par exemple.

Un signe qui marque le manque de ressources quant à la présence des mathématiques au sein du groupe d'acteurs scientifiques que nous formions : j'étais la seule représentante des mathématiques…

Pour plus de renseignements :
https://echosciences.nouvelle-aquitaine.science/annonces/club-med-iation-2023-31-mai-1er-juin-vvf-le-cap-ferret

---

Au Salon Culture & Jeux mathématiques 2023

Céline Fauvinet et Jean Fromentin

Le 24e Salon Culture & Jeux mathématiques s'est tenu à Paris, place Saint-Sulpice du 25 au 28 mai. Comme les années précédentes, les membres du groupe JEUX de l'APMEP, accompagnés cette année de Claire Lommé pour les anamorphoses et de Yves Farcy pour l'origami, ont animé le stand de l'APMEP.

Stand APMEP

Une autre nouveauté

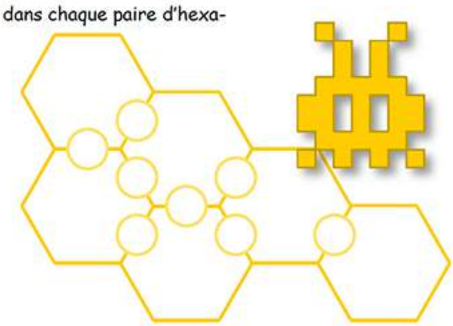
Deux Escape Game proposés aux groupes d'élèves ont eu un franc succès, l'un réalisé par Christine Oudin de Champagne-Ardenne et l'autre par Céline Fauvinet, membre de notre Régionale, toutes deux membres du groupe JEUX.
Celui réalisé par Céline était destiné plutôt aux cycles 3 et 4 avec des défis créés à partir des activités des brochures JEUX.
En voici un exemple ci-dessous.

PRODUIT POUR CARREAUX

Dans cet assemblage d'hexagones figurent des entiers différents choisis parmi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9.

Les nombres sous la grille vont dans les disques et sont les produits des nombres figurant dans chaque paire d'hexagones voisins.

Reconstitue cette grille.



30 ; 35 ; 36 ; 42 ; 48 ; 54 ; 56 ; 72

Ru – Bri – COLLAGE

Frédéric de Ligt

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur… Cette rubrique est à vous.

Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse : frederic.deligt2@gmail.com

Jean-Christophe Laugier *(Rochefort) nous a fait parvenir le texte ci-dessous à propos de* ***la formule du crible.***

Dans ce qui suit, A est un ensemble fini, on notera $|A|$ le cardinal de A ou effectif de A comme disent les « combinatoriens ». On notera également $[n]$ l'ensemble {1, 2, …, n}.

La formule du crible est, on le sait, une généralisation de la formule $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$.

$A_1, A_2, \ldots, A_n$ étant des ensemble finis, cette formule peut s'écrire :

$$|A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n| = \sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}S_k \text{ avec } S_k = \sum_{I\subseteq[n],|I|=k}|\cap_{i\in I} A_i| \quad (1)$$

Il est d'usage de démontrer (1) par récurrence sur n. Mais on peut, comme on va le voir, la démontrer également par récurrence sur $p = |A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n|$.

L'égalité (1) est évidemment vraie si p = 0. Supposons-la vraie jusqu'à l'ordre p ($p \geq 0$). Soit A_1, A_2, … A_n tels que $|A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n| = p + 1$. Soit x un élément fixé de $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$ et soit I_0 l'ensemble non vide des indices i tels que $x \in A_i$. Posons $A_i' = A_i - \{x\}$.

Alors $|\cap_{i\in I} A_i'| = |\cap_{i\in I} A_i| - 1$ si $I \subseteq I_0$ et $|\cap_{i\in I} A_i'| = |\cap_{i\in I} A_i|$ si $I \not\subseteq I_0$.

D'où $S'_k = \sum_{I\subseteq[n],|I|=k}|\cap_{i\in I} A'_i| = S_k - \sum_{I\subseteq I_0,|I|=k} 1 = S_k - \binom{r_0}{k}$ en posant $r_0 = |I_0|$.

Par suite $\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}S_k = \sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}\left[S'_k + \binom{r_0}{k}\right] = \sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}S'_k + \sum_{k=1}^{r_0}(-1)^{k-1}\binom{r_0}{k}$

$= |A'_1 \cup A'_2 \cup \ldots \cup A'_n| - \sum_{k=1}^{r_0}(-1)^{k-1}\binom{r_0}{k} = p - (-1) = p + 1 = |A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n|$. CQFD

Nous allons démontrer à présent, également par récurrence sur $p = |A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n|$ le résultat suivant (inégalité de Bonferroni).

Pour $1 \leq r \leq n$, $S_1 - S_2 + \ldots + (-1)^r S_r$ majore (resp. minore) $|A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n|$ si r est impair (resp. pair). En d'autres termes $|A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n| - (S_1 - S_2 + \ldots + (-1)^{r-1}S_r)$ a le signe de $(-1)^r$. (2)

L'affirmation (2) est évidemment vraie si p = 0. Supposons-la vraie jusqu'à l'ordre p ($p \geq 0$). Soit $A_1, A_2, \ldots, A_n$ tel que $|A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n| = p + 1$. Alors

$$\begin{aligned}|A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n| - \sum_{k=1}^{r}(-1)^{k-1}S_k &= |A'_1 \cup A'_2 \cup \ldots \cup A'_n| + 1 - \sum_{k=1}^{r}(-1)^{k-1}\left[S'_k + \binom{r_0}{k}\right] \\ &= |A'_1 \cup A'_2 \cup \ldots \cup A'_n| + 1 - \sum_{k=1}^{r}(-1)^{k-1}S'_k - \sum_{k=1}^{r}(-1)^{k-1}\binom{r_0}{k} \\ &= |A'_1 \cup A'_2 \cup \ldots \cup A'_n| - \sum_{k=1}^{r}(-1)^{k-1}S'_k + \sum_{k=0}^{r}(-1)^{k}\binom{r_0}{k}\end{aligned}$$

D'après l'hypothèse de récurrence $|A'_1 \cup A'_2 \cup \ldots \cup A'_n| - \sum_{k=1}^{r}(-1)^{k-1}S'_k$ a le signe de $(-1)^r$.

D'autre part, on vérifie aisément, en utilisant la relation $\binom{r_0}{k} = \binom{r_0 - 1}{k} + \binom{r_0 - 1}{k-1}$, l'égalité $\sum_{k=0}^{r}(-1)^{k}\binom{r_0}{k} = (-1)^r\binom{r_0 - 1}{r}$. Donc $\sum_{k=0}^{r}(-1)^{k-1}\binom{r_0}{k}$ a le signe de $(-1)^r$

et par suite $|A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n| - \sum_{k=1}^{r}(-1)^{k-1}S_k$ a bien le signe de $(-1)^r$. CQFD

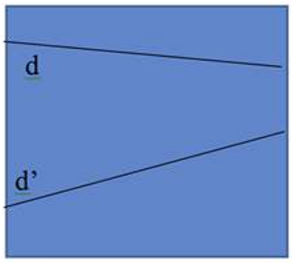
Remarque : les résultats qu'on vient d'établir restent évidemment valables si l'on remplace la mesure « effectif » $X \to |X|$ définie sur un ensemble fini Ω par n'importe quelle mesure positive μ sur Ω, en particulier une probabilité. Il suffit dans les démonstrations précédentes de remplacer 1, effectif de {x}, par sa mesure $\mu(\{x\})$.

Des problèmes

133-1 *proposé par Frédéric de Ligt (Montguyon)*

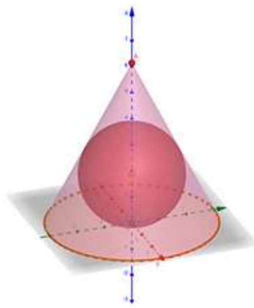
On appelle répunits un nombre entier naturel écrit dans une certaine base entière uniquement avec des 1. Il s’agit alors de montrer que pour tout nombre entier naturel non nul n, non divisible par 2 ou par 5, il existe une infinité de répunits écrits en base 10 qui sont des multiples de n.

133-2 *proposé par Daniel Perrin (Orsay)*



Un classique

La planche à dessin de Zénon Chalant, le dessinateur industriel maladroit de Saint-Tricotin-sur-Pelote (Marne-et-Garonne), est trop petite et il a dessiné deux droites d et d’ qui se coupent en un point O situé en dehors de la planche. Comment peut-il tracer la bissectrice de l’angle formé par les deux droites ?



133-3 *proposé par Jacques Chayé (Poitiers)*

Un problème du Bac 1875 à Poitiers

Circonscrire à une sphère un cône de volume minimum.

133-4 *proposé par Frédéric de Ligt (Montguyon)*

Quadruplets diophantiens

On appelle quadruplet diophantien un ensemble de quatre nombres entiers naturels $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ tel que $a_ia_j + 1$ est un carré parfait avec $1 \leq i < j \leq 4$.

Dans ses commentaires sur *Les arithmétiques* de Diophante, Pierre de Fermat reprend la question XXI de son livre IV :

« Invenire quatuor numeros, ut qui fit ex binorum mutua multiplicatione, adscitâ unitate, faciat quadratum ».

Il propose comme solution le quadruplet (3, 1, 8, 120). En effet, et pour ceux qui ont perdu leur latin, le texte ci-dessus s’éclairera : $3\times1 + 1 = 2^2$; $3\times8 + 1 = 5^2$; $3\times120 + 1 = 19^2$; $1\times8 + 1 = 3^2$; $1\times120 + 1 = 11^2$; $8\times120 + 1 = 31^2$.

Quelle valeur donner à l’entier naturel n pour que (1, 8, 15, n) soit un quadruplet diophantien ?

Des solutions

128-4 *proposé par Jacques Chayé*

Sur une poulie passe une corde à laquelle sont suspendus, d'un côté un poids, de l'autre un chat de même poids que le poids.
Le poids du chat plus le poids de la corde fait une fois et demi le poids du poids.
Le poids du chat en livres anglaises est exprimé par le même nombre que l'âge de la mère du chat en années.
La mère du chat est deux fois plus âgée que ne l'était le chat quand sa mère avait la moitié de l'âge qu'il aura quand il aura trois fois l'âge qu'avait sa mère quand elle avait trois fois l'âge qu'il avait.
L'âge du chat et l'âge de la mère totalisent 8 ans. La livre anglaise vaut 16 onces. La corde pèse 4 onces par pied.
Quelle est, en pied, la longueur de la corde ?

Solution de l'auteur

La question centrale est celle de l'âge. Soit a l'âge du chat en années quand sa mère avait 3 fois son âge. La différence d'âge est donc de 2a.
Quand l'âge de la mère sera $\frac{1}{2} \times 3 \times 3a = \frac{9a}{2}$ celui du chat sera $\frac{5a}{2}$. L'âge actuel de la mère est donc égal à 5a et celui du chat à 3a.
D'autre part, $5a + 3a = 8$, c'est-à-dire $a = 1$. Le chat a donc 3 ans. Le reste en découle facilement : la corde pèse 1,5 livres, soit 24 onces ; elle mesure 6 pieds.

131-1 *proposé par Frédéric de Ligt*

Montrer que quel que soit la disposition des quinze billes de billard américain dans le triangle ci-dessous, il y a toujours deux billes portant un numéro pair qui sont en contact.

Solution de l'auteur

On regroupe les billes par cinq comme indiqué ci-contre. Dans chaque quadrilatère, la présence de plus de deux billes portant un numéro pair entraîne l'existence d'un contact entre deux numéros pairs. On ne peut donc placer plus de 6 numéros pairs dans le triangle alors qu'il y a sept billes de cette sorte au total. Il y a donc nécessairement au moins un contact entre deux billes portant un numéro pair.

131-2 *proposé par Daniel Perrin*

La maîtresse et les fractions

Madame Hortense Aignante, maîtresse du cours moyen de l'école des Aiguilles à Saint-Tricotin-sur-Pelote (Marne-et-Garonne) a donné un exercice sur les fractions à ses élèves. Le pourcentage de réussite a été de 47,82 % (valeur arrondie par défaut). Sachant que les classes de Saint-Tricotin ne sont pas surchargées (et qu'elles ont en tout cas moins de 30 élèves), dire combien la classe comporte d'élèves et combien ont réussi l'exercice.

Solution de Walter Mesnier

On cherche deux entiers $0 < n < N < 30$ tels que $0{,}4782 \leq n/N < 0{,}4783$.

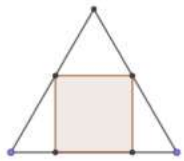
Autrement dit $0{,}4782N \leq n < 0{,}4783N$, soit encore $E(0{,}4782N) < n = E(0{,}4783N)$, où $E(x)$ désigne la partie entière de x. Un petit programme permet de prouver rapidement que $N = 23$ et que $n = 11$. Conclusion : la classe comporte 23 élèves dont 11 ont réussi l'exercice.

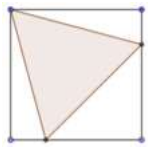
```
for N in range (30) :
    print (N, "ploum", 0.4782*N, " ", 0.4783*N)

for N in range (30) :
    if int(0.4782*N) < int(0.4783*N) : print (N)
```

132-1 *proposé par Frédéric de Ligt (Montguyon)*

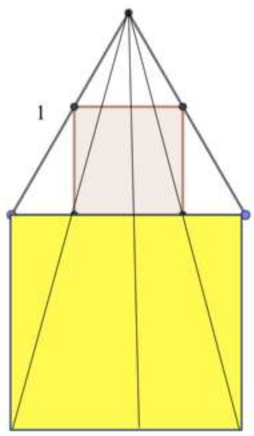
Qu'est-ce qui occupe le plus de place : un triangle équilatéral inscrit dans un carré ou un carré inscrit dans un triangle équilatéral ?





Solution de Walter Mesnier

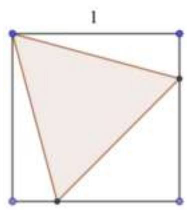
Remarque : On reconnaît une variante du rond dans le carré ou du carré dans le rond, vu au rallye niveau seconde en 2012.



Réponse : C'est le carré dans le triangle qui occupe le plus de place (à peu de chose près).

J'appelle x le côté du carré, et je fixe le côté du triangle à 1. En faisant apparaître le carré de côté 1 sous le triangle, les deux carrés sont homothétiques de centre le sommet du triangle et de rapport $\frac{x}{1} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}+1}$.

On en déduit, après quelques calculs, que $x = 2\sqrt{3}-3 \approx 0{,}46$. Et donc le rapport des aires vaut $\frac{\left(2\sqrt{3}-3\right)^2}{\frac{\sqrt{3}}{4}} = 28\sqrt{3} - 48 \approx 0{,}497$, soit un taux de remplissage de 49,7%.



J'appelle x le côté du triangle, et je fixe le côté du carré 1. Alors le triangle rectangle isocèle en bas à droite a pour côté $1 - \sqrt{x^2-1}$ et pour hypoténuse x. D'où l'équation $(1 - \sqrt{x^2-1})x\sqrt{2} = x$.
En élevant au carré, et en réduisant, on obtient une équation du second degré $x^2 + 2\sqrt{2}x - 4 = 0$ avec une seule solution positive $x = \sqrt{6} - \sqrt{2} \approx 1{,}035$.

Le rapport des aires vaut alors $\frac{\frac{\sqrt{3}}{4}x^2}{1} = 2\sqrt{3} - 3 \approx 0{,}464$.
Soit un taux de remplissage de 46,4%.

Régionale de l'APMEP Poitou-Charentes
IREM de Poitiers, Bâtiment H3, SP2MI Futuroscope,
Bd Marie et Pierre Curie, TSA 61125
86073 Poitiers Cedex 9

Site : http://apmep.poitiers.free.fr/
Mél. regapmep@apmep-poitoucharentes.fr
Tél. 06 67 94 93 36

Abonnement 1 an (4 numéros + suppléments) : 8 €.

ISSN : 1145 - 0266

Directeur de la publication	Frédéric de Ligt	*Éditeur*	APMEP, Régionale de Poitou-Charentes
Comité de rédaction	Frédéric de Ligt, Jacques Germain, Jean Fromentin, Philippe Rogeon	*Siège social*	Voir adresse ci-dessus
Imprimerie	IREM de Poitiers (Adresse ci dessus)	*Dépôt légal*	Mars 2023