Baccalauréat STG Mercatique La Réunion
23 juin 2009

Exercice 1

1. (a) Une formule qui, entrée dans la cellule C5, permet par recopie vers le bas , d'obtenir la plage C5 : C8 est : **=(B5-B4)/B4**

   (b) Une formule qui, entrée dans la cellule D5, permet par recopie vers le bas , d'obtenir la plage de cellules D5 : D8 est par exemple :
   =(B5-B$4)/B$4 ou **=($B5-$B$4)/$B$4** ou **=B5/B$4-1** ou **=$B5/$B$4-1**

   (c) Une formule qui, entrée dans la cellule E5 , permet par recopie vers le bas , d'obtenir la plage de cellule E5 : E8 est par exemple : **=E4*1.1** ou **=E4+E4*0.1**.

2. La valeur qui figure dans la cellule C8 est : $\dfrac{1430-1300}{1300} \approx 13{,}0769 \approx \boxed{13,08}$.

   La valeur qui figure dans la cellule E8 est : $1331 \times 1{,}01 = 1464{,}1 \approx \boxed{1464}$.

   La valeur qui figure dans la cellule G8 est : $\dfrac{1464{,}1-1000}{1000} = \boxed{46,4}$.

   Le tableau est donc :

	A	B	C	D	E	F	G
1	Année	Région Sud			Région Nord		
2		Prix	Variation du prix en %		Prix	Variation du prix en %	
3			Par rapport à l'année précédente	Par rapport à l'année 2004		Par rapport à l'année précédente	Par rapport à l'année 2004
4	2004	1 000 €			1 000 €		
5	2005	1 085 €	8,50 %	8,50 %	1 100 €	10,00 %	10,00 %
6	2006	1 160 €	6,91 %	16,00 %	1210 €	10,00 %	21,00 %
7	2007	1 300 €	12,07 %	30,00 %	1 331 €	10,00 %	33,10 %
8	2008	1 470 €	12,08 %	47,00 %	1464	10,00 %	46,4 %

3. Le taux global d'augmentation dans la région sud entre 2004 et 2008 est 47 % d'après le tableau ci-dessus.
   Soit t_m le taux moyen d'augmentation annuelle dans la région sud entre 2004 et 2008. Il est défini par : $(1+t_m)^4 = 1+47\,\%$ donc $(1+t_m)^4 = 1{,}47$
   d'où $1+t_m = 1{,}47^{\frac{1}{4}}$ et $t_m = 1{,}47^{\frac{1}{4}} - 1 \approx 0{,}1011$, soit environ $\boxed{10,11\ \%}$.

4. (a) Le responsable de la région nord maintient , au cours des années , une hausse annuelle de 10 %.
   Donc le coefficient multiplicateur annuel est $1+10\,\% = 1{,}1$.
   Pour tout n, on a $p_{n+1} = 1{,}1p_n$ donc la suite $\left(p_n\right)$ est **géométrique**, de raison $q = 1{,}1$ et de premier terme $p_0 = 1000$.

   (b) Le terme général est $p_n = p_0 \times q^n = \boxed{1000 \times 1{,}1^n}$.
   On doit avoir $p_n \geqslant 1800$, donc $1000 \times 1{,}1^n \geqslant 1800$.
   ' On en déduit $1{,}1^n \geqslant \dfrac{1800}{1000} = 1{,}8$.
   La fonction ln est croissante, d'où : $\ln\left(1{,}1^n\right) \geqslant \ln(1{,}8)$, donc $n\ln(1{,}1) \geqslant \ln(1{,}8)$; par conséquent : $n \geqslant \dfrac{\ln(1{,}8)}{\ln(1{,}1)} \approx 6{,}1$ (car $\ln(1{,}1)$ est positif).
   il faut donc que $n \geqslant 7$ (car n est entier).
   Donc le prix dépassera 1800 €à partir de 2011.

Exercice 2

1. (a) À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés est : $\boxed{y = -80{,}1x + 726{,}8}$ (coefficients arrondis au dixième).

   (b) voir graphique ci-dessous

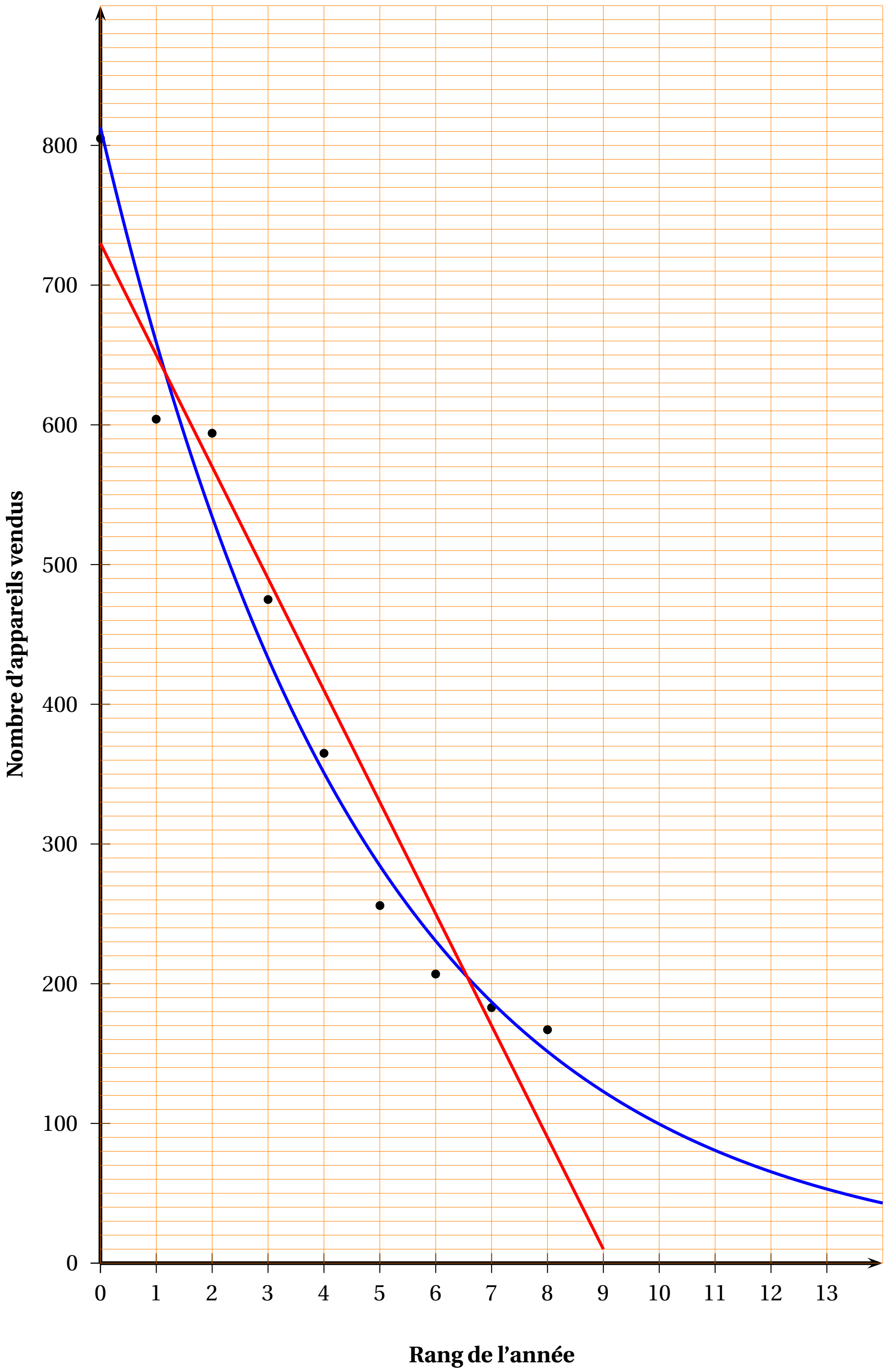
   (c) Le directeur devra cesser la vente du produit selon cet ajustement quand $y < 50$.
   On doit donc résoudre l'inéquation : $-80x + 730 < 50$ donc $-80x < 50 - 730 = -680$ d'où $x > \dfrac{-680}{-80} = 8{,}5$ (l'inégalité change de sens, car on divise par un nombre négatif).
   Donc selon cet ajustement , **il devra cesser la vente du produit en 2009**.

2. On utilise l'ajustement exponentiel.

   (a) Il faut résoudre l'inéquation $813\mathrm{e}^{-0{,}21x} < 50$.
   $813\mathrm{e}^{-0{,}21x} < 50$ donne $\mathrm{e}^{-0{,}21x} < \dfrac{50}{813}$.

Comme la fonction ln est croissante, on en déduit : $-0,21x < \ln\left(\dfrac{50}{813}\right)$, d'où, en divisant par -0,21, $x > \dfrac{\ln\left(\dfrac{50}{813}\right)}{-0,21} \approx \boxed{13,3}$.
Donc selon cet ajustement, **il devra cesser la vente du produit en 2014**.

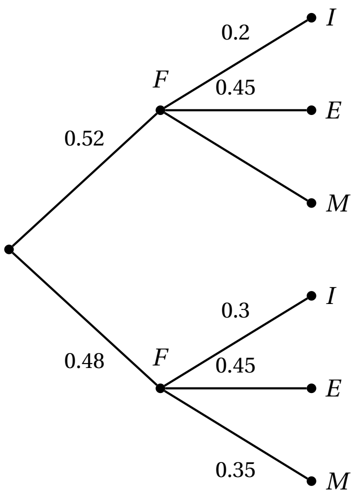
(b) On utilise ce modèle : 2000 correspond à l'année 0. $f(14) = 813\mathrm{e}^{-0,21\times 14} \approx 42,979 \approx 43$.
Notons t_m le temps de diminution annuelle moyen entre 2000 et 2014.
On a : $813 \times (1+t_m)^{14} = 43$ donc $(1+t_m)^{14} = \dfrac{43}{813}$, d'où $1 + t_m = \left(\dfrac{43}{813}\right)^{\frac{1}{4}}$ et $t_m = \left(\dfrac{43}{813}\right)^{\frac{1}{4}} - 1 \approx -0,19$, soit un **taux moyen annuel de baisse d'environ 19 %**.



Exercice 3

Traduisons les hypothèses en termes de probabilités.
Dans la liste des candidats devant passer une épreuve de mathématiques du baccalauréat STG, on compte 52 % de filles, donc $p(F) = 0,52$.
Parmi les filles, 20 % sont en GSI, donc $p_F(I) = 0,2$.
De même, 45 % d'entre elles sont en CFE, donc $p_F(E) = 0,45$.
De même, $p_G(I) = 0,3$, $p_G(E) = 0,45$ et $p_G(M) = 0,25$.

1. G est l'évenement contraire de F, donc $p(G) = 1 - p(F) = 1 - 0,52 = 0,48$.
   On peut alors compléter l'arbre.



2. (a) F et G sont disjoints (intersection nulle) et leur réunion constitue l'univers.
   $I = (I \cap F) \cup (I \cap G)$; c'est une réunion d'événements incompatibles, donc :
   $p(I) = p(I \cap F) + p(I \cap G)$.
   On a : $p(I \cap F) = p_F(I) \times p(F) = 0,2 \times 0,52 = 0,104$ et $p(I \cap G) = p_G(I) \times p(G) = 0,3 \times 0,48 = 0,144$.
   On en déduit : $p(I) = 0,104 + 0,144 = 0,248$. $p(I) = 0,248$

   (b) $p(I \cap F) = 0,104$; $p(F) = 0,52$ et $p(I) = 0,248$, donc $p(F) \times p(I) = 0,42 \times 0,248 = 0,10416 \neq 0,104$.
   $p(I \cap F) \neq p(I) \times p(F)$ donc **les événements F et I ne sont pas indépendants** .

3. $p_I(F) = \dfrac{p(I \cap F)}{p(I)} = \dfrac{0,104}{0,248} = \dfrac{104}{248} \approx \boxed{0,42}$.

4. Calculons $p(E \cap F)$;
   $p(E \cap F) = p_F(E) \times p(F) = 0,45 \times 0,52 = 0,234$.
   $E = (E \cap F) \cup (E \cap G)$ (réunion d'événements incompatibles), donc $p(E) = p_F(E) \times p(F) + p_G(E) \times p(G) = 0,234 + 0,216 = 0,45$.
   $p(F) = 0,52$ d'où $p(E) \times p(F) = 0,45 \times 0,52 = \boxed{0,234}$.

   Par conséquent : $p(E \cap F) = p(E) \times p(F)$: $\boxed{\text{les événements E et F sont indépendants}}$.

Exercice 4

Partie A

1. Graphiquement, on trouve :

Quantité de minerai extraite x en milliers de tonnes	2	6	9	15
Résultat d'exploitation $R(x)$ envisagé en millions d'euros	-3,3	3,3	3,8	2,3

2. La courbe n'est pas une droite,donc ce résultat d'exploitation n'est **pas proportionnel** à la quantité de minerai extraite.

3. La courbe C coupe l'axe des abscisses en $x \approx 3,25$, donc le résultat d'exploitation est positif pour une quantité de minerai extraite supérieure à 3,25 milliers de tonnes.

4. La fonction f admet un maximum pour $x \approx 8$. Donc la quantité extraite pour laquelle le résultat d'exploitation est maximale est **environ égale à 8 milliers de tonnes**.

5. Les points de la courbe C dont l'ordonnée est 3 ont pour abscisses environ 5,5 et 12,6. Donc la quantité extraite pour laquelle le résultat d'exploitation est 3 millions d'euros sont **5,5 milliers de tonnes** et **12,6 milliers de tonnes**.

Partie B.

On a $f(x) = (4x - 13)\mathrm{e}^{-0,2x}$.

1. Pour tout x, $\mathrm{e}^{-0,2x} > 0$ donc $f(x)$ est du signe de $4x - 13$.
   $f(x) \leqslant 0$ équivaut à $4x - 13 \leqslant 0$ donc à $x \leqslant \dfrac{13}{4} = 4,25$.
   On en déduit que le résultat d'exploitation est déficitaire pour une quantité extraite **inférieure à 3,25 milliers de tonnes de minerai**.

2. La fonction f est dérivable sur $[2\,;\,15]$, comme produit de fonctions dérivables.
   $f = uv$ avec $u(x) = 4x - 13$ et $v(x) = \mathrm{e}^{-0,2x}$. On peut voir v comme e^{w} avec $w(x) = -0,2x$.
   Par conséquent : $v' = \left(\mathrm{e}^{w}\right)' = w' \times \mathrm{e}^{v}$.
   $f' = (uv)' = u'v + uv' = u'v + u \times w'\mathrm{e}^{w}$ avec $u'(x) = 4$ et $w'(x) = -0,2$.
   On en déduit : $f'(x) = 4 \times \mathrm{e}^{-0,2x} + (4x - 13) \times (-0,2)\mathrm{e}^{-0,2x} = [4 - 0,2(4x - 13)]\,\mathrm{e}^{-0,2x} = (4 - 0,8x + 2,6)\mathrm{e}^{-0,2x} = \boxed{(6,6 - 0,8x)\mathrm{e}^{-0,2x}}$.

3. Pour tout x, $\mathrm{e}^{-0,2x} > 0$ donc le signe de $f'(x)$ est celui de $6,6 - 4,8x$.
   $f'(x) = 0$ équivaut à $6,6 - 0,8x = 0$, c'est-à-dire $x = \dfrac{6,6}{0,8} = \dfrac{66}{8} = \dfrac{33}{4} = 8,25$. $6,6 - 4,8x > 0$ pour $2 < x < 8,25$ et $6,6 - 4,8x < 0$ pour $8,25 < x < 15$. On en déduit que :
   - Sur l'intervalle $[2\,;\,8{,}25]$, la fonction est croisante.
   - Sur l'intervalle $[8{,}25\,;\,15]$, la fonction est décroissante.
     On en déduit le tableau de variations :

x	2		$8,25$		15
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$			$3,84$		
	$-3,35$				$2,34$

   Le résultat d'exploitation est maximum et vaut environ 3 840 €pour une quantité extraite de minerai de **8,25 miliers de tonnes**.