∽ Corrigé du brevet des collèges Amérique du Sud ∾ novembre 2010

Durée : 2 heures

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. $A = \dfrac{927}{486 - 13 \times 8} = \dfrac{927}{486 - 104} = \dfrac{927}{382} \approx 2,426$ soit 2,43 au centième près.
2. $B = \dfrac{3 \times 10^5 - 6 \times 10^3}{3 \times 10^{11}} = \dfrac{10^5 - 2 \times 10^3}{10^{11}} = \dfrac{98\,000}{10^{11}} = 9,8 \times 10^4 \times 10^{-11} = 9,8 \times 10^{-7}$.
3. $C = \sqrt{\dfrac{442,5 - 7^2 \times 2,5}{5}} = \sqrt{\dfrac{442,5 - 49 \times 2,5}{5}} = \sqrt{\dfrac{442,5 - 122,5}{5}} = \sqrt{\dfrac{320}{5}} = \sqrt{64} =$ 8.
4. $D = \sqrt{6} - \sqrt{5}$; $E = \dfrac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{\left(\sqrt{6} - \sqrt{5}\right)\left(\sqrt{6} + \sqrt{5}\right)} = \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{6 - 5} = \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{1} = \sqrt{6} - \sqrt{5} = D$.

   Les deux nombres D et E sont égaux.

Exercice 2

Le côté a pour mesure $\sqrt{225} = 15$ cm, donc le périmètre est égal à $4 \times 15 = 60$ cm.

Exercice 3

1. $A = \left(3\sqrt{2} + 5\right)^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 + 5^2 + 2 \times 3\sqrt{2} \times 5 = 18 + 25 + 30\sqrt{2} = 43 + 30\sqrt{2}$.
2. $B = \left(\sqrt{7} + 3\right)\left(\sqrt{7} - 3\right) = \left(\sqrt{7}\right)^2 - 3^2 = 7 - 9 = -2$.

Exercice 4

1. On considère le système suivant : $\left\{\begin{array}{rcl} 45x + 30y & = & 510 \\ 27x + 20y & = & 316 \end{array}\right.$

   a. $45 \times 10 + 30 \times 2 = 510$ est vraie ;

   $27 \times 10 + 20 \times 2 = 316$ est fausse, donc les nombres 10 et 2 ne sont pas solutions de ce système.

   b. $45 \times 8 + 30 \times 5 = 510$ ou $360 + 150 = 510$ est vraie ;

   $27 \times 8 + 20 \times 5 = 316$ ou $216 + 100 = 316$ est vraie, donc 8 et sont solutions du système.

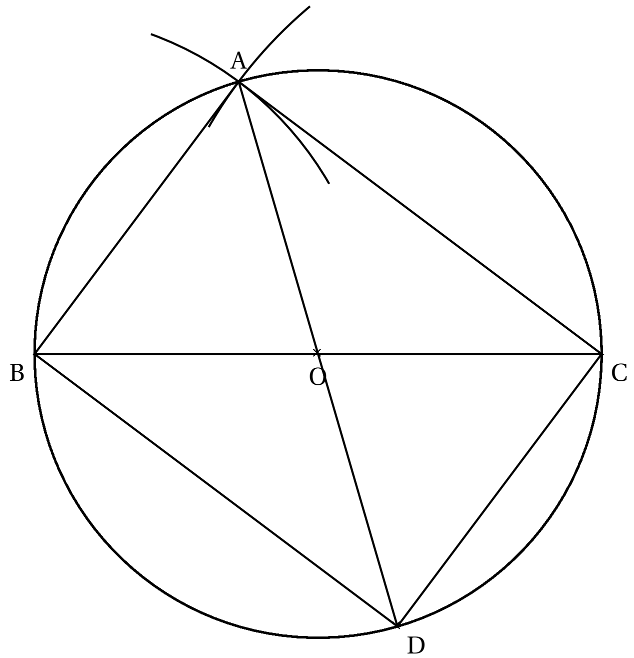
2. Si x est le nombre d'adultes et y le nombre d'enfants, ces deux nombres sont les solutions du système :
   $\left\{\begin{array}{rcl} 45x + 30y & = & 510 \\ 27x + 20y & = & 316 \end{array}\right.$ ou $\left\{\begin{array}{rcl} 90x + 60y & = & 1\,020 \\ 81x + 60y & = & 948 \end{array}\right.$ d'où par différence $9x = 72$ et enfin $x = 8$.

   En remplaçant dans la deuxième équation, $216 + 20Y = 316$ ou $20y = 100$ et enfin $y = 5$. On retrouve les deux solutions précédentes.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

1.



2. On a $BC^2 = 10^2 = 100$ et $BA^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$.
Donc $BC^2 = BA^2 + AC^2$

3. **a.** On sait qu'un triangle rectangle est inscrit dans le cercle qui admet pour diamètre son hypoténuse. Le centre O du cercle circonscrit au triangle rectangle est le milieu de [BC].

b. Le rayon a donc pour longueur $\dfrac{BC}{2} = \dfrac{10}{2} = 5$ (cm).

4. SI ABDC est un rectangle, c'est un parallélogramme dont les diagonales ont le même milieu ; or O est le milieu de la diagonale [BC], c'est aussi le milieu de l'autre [AD]. D est donc le symétrique de A autour de O.

Comme OB = OC = OA = OD, les quatre points A, B, C et D appartiennent au cercle de centre O de rayon 5 cm.

Exercice 2

1. Dans le triangle rectangle EFG, on a $\cos \widehat{EFG} = \dfrac{EF}{FG} = \dfrac{5}{13}$; la calculatrice donne $\widehat{EFG} \approx 67,4$ soit 67°au degré près.

2. Le théorème de Pythagore appliqué au triangle rectangle EFG s'écrit :
$FG^2 = FE^2 + EG^2$, d'où $EG^2 = FG^2 - EF^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$, d'où EG = 12 cm.

3. GM = EG − EM = 12 − 3 = 9 cm.

4. Les droites (EF) et (MN) étant toutes deux perpendiculaires à la droite (EG) sont parallèles.

5. La propriété de Thalès permet d'écrire l'égalité :
$\dfrac{MG}{GE} = \dfrac{GN}{GF}$, d'où $GN = \dfrac{MG \times GF}{GE} = \dfrac{9 \times 13}{12} = \dfrac{39}{4} = 9,75$ cm.

PROBLÈME **12 points**

Partie 1

1. Avec la formule A : $7 \times 18 = 126$ € ;
Avec la formule B : il faut payer la carte de 165 € ;
Avec la formule C : $70 + 140 = 210$ €.
2. Avec la formule A : $20 \times 18 = 360$ € ;
Avec la formule B : il faut payer deux cartes soit 330 € ;
Avec la formule C : $70 + 2 \times 140 = 350$ €.
C'est la formule B qui est la plus avantageuse.

Partie 2

1.

		1 carte	2 cartes	5 cartes
PRIX	Formule B	165	330	825
	Formule C	210	350	770

2. **a.** Avec la formule B le coût pour l'achat de x cartes est $165x$.
b. Avec la formule C le coût pour l'achat de x cartes est $70 + 140x$.
c. $140x + 70 \leqslant 165x$ d'où $70 \leqslant 25x$ et enfin $\dfrac{70}{25} \leqslant x$. Donc $x \geqslant 2,8$ en fait $x \geqslant 3$ car x est entier).
d. La question précédente montre que la formule C est plus avantageuse que la formule B à partir de l'achat de 3 cartes.

Partie 3

1. Voir l'annexe
2. On voit qu'à partir de 3 cartes achetées, on rencontre la représentation de la formule C en premier, soit la moins chère.

DOCUMENT RÉPONSE À RENDRE AVEC VOTRE COPIE

ANNEXE