Baccalauréat STG CGRH Métropole 23 juin 2009

éléments de correction

EXERCICE 1 **4 points**

1. Dans une usine, la production d'un produit a augmenté de 250 %. Elle a donc été multipliée par :

   a. ~~2,5~~ **b.** 3,5 **c.** ~~250~~

   Le coefficient multiplicateur est $1+t$ donc $1+\dfrac{250}{100}=1+2,5=3,5$

2. Le prix d'un article a augmenté de 12 % en 3 ans. Le taux d'évolution annuel moyen, en pourcentage, arrondi à 0,1 % près est alors de :

   a. 3,8 % **b.** ~~5,8 %~~ **c.** ~~4 %~~

   Le taux d'évolution moyen est $(1,12)^{\frac{1}{3}}-1\approx 3,8$ %. En efffet en 3 ans il aura été multiplié par 1,12. Si t_m est le taux moyen des trois augmentations sucessives on a $(1+t_m)^3=1,12$ d'où le résultat.

3. En appliquant une réduction de 5 %, un article coûte 1 140 €, son prix avant réduction était de :

   a. 1 200 € **b.** ~~1 197 €~~ **c.** ~~1 140,5 €~~

   Si V_I est la valeur initiale, en subissant une baisse de 5 % , elle a été multipliée par 0,95 donc $1140=0,95\times V_I$ d'où $V_I=1200$

4. Le nombre de membres d'une association est passé de 1 150 en 2006 à 1 221 en 2007 puis à 1 503 en 2008. En prenant pour indice de référence 100 en 2006, l'indice, arrondi au centième pour l'année 2008 est :

   a. ~~123,10~~ **b.** ~~1,31~~ **c.** 130,70

   On a les données suivantes :

2006	2007	2008
1150	1221	1503
100		x

   Les deux dernières lignes forment un tableau de proportionnalité d'où $x=\dfrac{1503\times 100}{1150}\approx 130,70$

EXERCICE 2 **8 points**

Une entreprise fabriquant des montures de lunettes veut créer un nouveau modèle. Pour choisir les matériaux à utiliser, elle mène une enquête auprès de porteurs de lunettes, en proposant dix prix différents. Les résultats sont reportés dans le tableau suivant :

Prix de vente proposé pour la monture (en €) : x_i	240	320	400	480	560	640	720	800
Nombre de personnes disposées à acheter à ce prix : y_i	402	390	340	230	210	130	70	60

1. voir annexe
2. Les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points sont $(\overline{x}\,;\,\overline{y})$ où $\overline{x}$ est la moyenne des x_i et $\overline{y}$ est la moyenne des y_i. On trouve G(520 ; 229)
3. On donne le point A de coordonnées (260 ; 409). Voir annexe pour A et G sur le graphique et la droite (AG).

4. Équation de la droite (AG) : (AG) est non parallèle à l'axe des ordonnées donc elle a une équation de la forme $y = mx + p$

$$m = \frac{y_G - y_A}{x_G - x_A} = \frac{229 - 409}{520 - 260} = \frac{-180}{260} = -\frac{9}{13}$$

Écrivons qu'elle passe par A : $409 = 260 \times \frac{-9}{13} + p$ d'où $p = 589$ et par conséquent l'équation de (AG) est $y = -\frac{9}{13}x + 589$.

5. En utilisant l'ajustement précédent, si le prix de vente est 500 € une estimation du nombre de montures vendues est : $y = -0,7 \times 500 + 589 = 239$.

6. a. x étant le prix unitaire, le nombre de montures vendues est alors $-0,7x + 589$ le coût global de fabrication est la somme des coûts liés à la quantité et des frais fixes d'où :$150 \times -0,7x + 589 + 10\,000 = -105x + 98350$. La recette est le prix de vente par la quantité donc la recette s'élève à $x \times (-0,7x + 589)$. Le bénéfice étant la différence entre les recettes et les coûts, on a donc :

$$\begin{aligned} B(x) &= x \times (-0,7x + 589) - (-105x + 98350) \\ &= -0,7x^2 + 589x + 105x - 98350 \\ &= -0,7x^2 + 694x - 98\,350 \end{aligned}$$

b. Pour x appartenant à $[240\,;\ 800]$, on considère la fonction B qui à x associe $B(x)$. la fonction dérivée B' de B sur $[240\,; 800]$ est définie par $B'(x) = -0,7(2x) + 694 = -1,4x + 694$.

c. Étudions les variations de la fonction B, pour x appartenant à l'intervalle $[240\,;\ 800]$, $-1,4x + 694 > 0$ si et seulement si $x < \frac{694}{1,4}$ or $\frac{3470}{7} \approx 495,71$ valeur que l'on prendra par la suite.
Si pour tout $x \in I$, $f'(x) \geqslant 0$ alors f est croissante sur I.
$B'(x) \geqslant 0$ pour $x \in [240\,;\,495,71]$ donc B est croissante sur cet intervalle.
Si pour tout $x \in I$, $f'(x) \leqslant 0$ alors f est décroissante sur I.
$B'(x) \leqslant 0$ pour $x \in [495,71\,;\,800]$ donc B est décroissante sur cet intervalle. d'où le tableau :

x	240		495,71		800
$B'(x)$		+	0	−	
B			73 662,86		
		↗		↘	
	27 890				8 850

En lisant le tableau de variation le bénéfice $B(x)$ est maximal lorsque $x = 495,71$. Par conséquent, le prix de vente de la monture est de 495,71 €.

EXERCICE 3 **8 points**

1. Pour l'entreprise CHAUFECO, il s'agit d'un contrat sur 10 ans avec un versement de 150 € la première année puis une augmentation du versement de 3,25 €par an jusqu'à la fin du contrat.

a. Une formule qui, entrée dans la cellule B3, a permis par recopie vers le bas, d'obtenir la plage de cellules B3 : B11 est =B2+3,25 ou =$B 2+3,25.

b. La plage de cellules C3 :C11 a été obtenue par recopie vers le bas à partir de la cellule C3. La formule que contient la cellule C6 est : =$C5+$ B6

c. L'information concernant le contrat de l'entreprise CHAUFECO donne à monsieur ELIOT le résultat affiché dans la cellule C11 est le montant total des versements pendant la durée du contrat.

2. Pour l'entreprise CHAUFMAX, il s'agit d'un contrat sur 10 ans avec un versement de 150 € la première année puis une augmentation de 2 % par an jusqu'à la fin du contrat.

a. Le résultat obtenu dans la cellule E4 est le versement après une augmentation de 2 %. $150 \times 1,02 = 153$

b. Une formule qui, entrée dans la cellule E4, permet par recopie vers le bas, d'obtenir la plage de cellules E4 :E12 est : =$ E3*1,02. On pourrait aussi écrire =$E 3*(1+$F$1 ou E3*1,02

c. On pose $u_0 = 150$ et on note (u_n) le versement, en euros, de l'année $(2009+n)$ avec l'entreprise CHAUFMAX. À une augmentation de 2 % correspond un coefficient multiplicateur de 1,02. Passant d'un terme au suivant en multipliant par un même nombre 1,02, la suite (u_n) est géométrique. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison b est : $u_n = u_0 \times b^n$ donc pour tout entier naturel n, $u_n = 150 \times 1,02^n$.

d. Dans la cellule E12, on a la valeur correspondant à 2018 c'est à dire pour $n = 9$. On a $150 \times 1,02^9 = 179,26$

e. Pour déterminer le résultat qui va s'afficher dans la cellule F12, on a utilisé le formulaire donnant la somme des termes d'une suite géométrique $u_0 \times \dfrac{1-b^{n+1}}{1-b}$ soit $150 \times \dfrac{1-1,02^{9+1}}{1-1,02}$. Le résultat est 1 642,46.

3. Le contrat le plus intéressant pour Monsieur ELIOT est le second. 1 642,46 < 1 646,25

4. La formule à la question 2. b. permet d'y répondre s'il est fait usage du contenu de la cellule F1 en la notant \$F\$1 ; Si la formule ne fait pas appel à la cellule F1 alors non et dans ce cas il faudrait écrire : $\boxed{\text{=\$ E 3+\$F\$1}}$

ANNEXE exercice 2