∽ Sujet 0 – Série technologique - Corrigé ∾
Évaluation en fin de première

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES - QCM (6 pts)

Question 1

Le dimanche le temps passé à faire les devoirs est $\dfrac{25}{100} = \dfrac{25 \times 1}{25 \times 4} = \dfrac{1}{4}$; sur ce temps le temps consacré a l'exposé est de 80 % soir $\dfrac{80}{100} \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{80}{100}$: réponse B

Question 2

Diminuer un prix de 50 % c'est le multiplier par $1 - \dfrac{50}{100} = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$.

Pour retrouver le prix initial il faut doubler ce pris soit l'augmenter de $1 + 1 = 1 + \dfrac{100}{100}$, soit l'augmenter de 100 %.

Question 3

Pour obtenir 200 à partir de 250, il suffit de multiplier par 200 et de diviser par 250, soit de le multiplier par $200 \times \dfrac{1}{250} = \dfrac{200}{250} = \dfrac{200 \times 4}{250 \times 4} = \dfrac{800}{1\,000} = 0{,}8$

Question 4

On a bien $\dfrac{10^{-5}}{10^{8}} = 10^{-5-8} = 10^{-13}$.

Question 5

L'épaisseur d'une pile de 2 000 feuilles est égale à $2\,000 \times 70 \times 10^{-3} = 2 \times 7 \times 10^{3+1-3} = 14 \times 10^{1} = 140$ (mm) ou 14 (cm).

Question 6

Terre : $5{,}973 \times 10^{24}$ (kg) ; Mercure : $3{,}302 \times 10^{23}$ (kg) ;

Vénus : $4{,}868\,5 \times 10^{24}$ (kg) ; Mars : $6{,}418\,5 \times 10^{23}$ (kg).

La masse la plus grande est celle de la Terre.

Question 7

On a la somme : $x + 3x + x^2 = 4x + x^2$.

Question 8

La courbe $\mathscr{C}'$ est au dessous de la courbe $\mathscr{C}$ lorsque x appartient à l'intervalle $[-2 ; -1]$ ou lorsque x appartient à l'intervalle $[1 ; 2]$.

Question 9

La courbe coupe l'axe des abscisses en deux points d'abscisses négatives.

Question 10

La fonction s'annule en $x = 2$ ce qui élimine B et D.

On a $f(0) > 0$, ce qui élimine C : reste A.

Question 11

On a $C = (1 + t)^2$, donc $C > 0$ et $\sqrt{C}$ existe : on a donc :

$1 + t = \sqrt{C}$ ou $1 + t = -\sqrt{C}$, d'où :

$t = \sqrt{C} - 1$ ou $t = -\sqrt{C} - 1$

Question 12

C'est l'année 2016.

DEUXIÈME PARTIE : **(6 pts)**

Exercice 1 (X points)

Premier modèle

1. Effectuer une baisse de 10 % revient à multiplier par $1 - \dfrac{10}{100} = \dfrac{90}{100} = 0{,}9$.

   Il y aura un an plus tard en 2026 : $1\,000 \times 0{,}9 = 900$ (singes).

2. **a.** u_2 est égal au nombre de singes en $2025 + 2$.

   Comme $u_2 = u_1 \times 0{,}9$ et que $u_1 = 900$, on a $u_2 = 900 \times 0{,}9 = 810$ (singes).

   b. On a donc d'une année $2025 + n$ à l'année suivante $2025 + n + 1$:

   $u_{n+1} = 0{,}9u_n$: cette égalité montre que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,9 et de premier terme 1 000.

   c. Comme $0 < 0{,}9 < 1$, la suite (u_n) est décroissante.

3. La suite est décroissante et chaque année 10 % de la population disparait : à terme la population va diminuer (de plus en plus lentement) mais sera de moins de 1 : la population est menacée d'extinction.

Second modèle

1. la population en 2026 est :

   $v_2 = 0{,}9 \times v_1 + 150 = 0{,}9 \times 1\,000 + 150 = 900 + 150 = 1\,050$ (singes).

2. On saisit dans la case B3 : $\boxed{\text{0.9*B2+150}}$.

3. On lit dans le tableau $v_{17} \approx 1\,417 > 1\,400$.

   La population devrait dépasser 1 400 individus en $2025 + 17 = 2042$.

Exercice 2 (X points)

1. **a.** • La courbe $\mathcal{C}$ contient le point de coordonnées $(0\,;\,2)$, donc $f(2) = 0$.

   • La tangente T contient les points $(0\,;\,12)$ et $(2\,;\,0)$; son coefficient directeur égal au nombre dérivé $f'(2)$ est donc $\dfrac{0-12}{2-0} = \dfrac{12}{2} = -6$.

   b. L'ordonnée à l'origine est égale à 12 et le coefficient directeur est égal à -6, donc :

   $M(x\,;\,y) \in T \quad \text{si} \quad y = -x + 12$.

   c.

x	-2		0		4		6
Variations de f		↗	8	↘	-8	↗	

   a. f est une fonction polynôme dérivable pour tout réel s et :

   $f'(x) = 3 \times 0{,}5x^2 - 2 \times 3x = 1{,}5x^2 - 6x = 1{,}5x(x-4)$.

b. On établit le tableau de signes de cette fonction dérivée :

x	-2		0		4		6
$1{,}5x$		$-$		$+$		$+$	
$x-4$		$-$		$-$		$+$	
$f'(x)$		$+$		$-$		$+$	

2. $f(x) \leqslant -6x+12$ sur l'intervalle $[0\,;\,2]$ par : géométriquement la courbe $\mathscr{C}$ est **au-dessous** de la tangente T sur l'intervalle $[0\,;\,2]$.

Exercice 3 (X points)

1. **a.** L'affirmation est fausse puisque la probabilité est supérieure à 1.

b. Il y a 15 positifs non dopés sur 20 positifs, soit une probabilité de $\dfrac{15}{20} = \dfrac{3\times 5}{4\times 5} = \dfrac{3\times 5\times 5}{4\times 5\times 5} = \dfrac{75}{100}$: affirmation exacte.

c. IL y a 15 positifs non dopés et 2 négatifs et dopés : il y a donc en tout $15+2$ erreurs, soit une proportion de $\dfrac{17}{200} = \dfrac{8{,}5}{100} = 8{,}5\,\%$: affirmation exacte.

2.

- la probabilité de réussir les deux services est égale à $0{,}9\times 0{,}9 = 0{,}81$;
- la probabilité de rater les deux services est égale à $0{,}1\times 0{,}1 = 0{,}01$

Conclusion : la probabilité de réussir un seul service est donc égale à

$1-(0{,}81+0{,}01) = 1-0{,}82 = 0{,}18$. L'affirmation est fausse.