

CORRIGÉ. Session Centres étrangers, Juin 2004 (Extrait).

1. (a) Diminuer une valeur de 20 % revient à la multiplier par $1 - \frac{20}{100} = 0,8$.
 $R_1 = R_0 \times 0,8 = 45\,000 \times 0,8 = 36\,000$.
- (b) On multiplie R_n par 0,8 pour obtenir R_{n+1} : pour tout n , $R_{n+1} = R_n \times 0,8$.
- (c) La suite (R_n) est donc géométrique, de raison $q = 0,8$ (et de premier terme $R_0 = 45\,000$).
Pour tout n , $R_n = R_0 \times q^n = 45\,000 \times 0,8^n$.
2. On ajoute 1 000 à P_n pour obtenir P_{n+1} : pour tout n , $P_{n+1} = P_n + 1\,000$.
La suite (P_n) est donc arithmétique, de raison $r = 1\,000$ (et de premier terme $P_0 = 45\,000$).
Pour tout n , $P_n = P_0 + r \times n = 45\,000 + 1\,000 \times n$.
3. $R_5 = 45\,000 \times 0,8^5 \approx 14\,746$ (€) et $P_5 = 45\,000 + 1\,000 \times 5 = 50\,000$ (€).
L'industriel doit déboursier $50\,000 - 14\,746 = 35\,254$ (€).
4. (a) $R_{10} = 45\,000 \times 0,8^{10} \approx 4\,832$ (€) et $P_5 = 45\,000 + 1\,000 \times 10 = 55\,000$ (€).
 $P_{10} - R_{10} = 55\,000 - 4\,832 = 50\,168$.
- (b) Le pourcentage d'augmentation serait $\frac{50\,168 - 45\,000}{45\,000} \times 100\% \approx 11,5\%$.
5. (a) Les valeurs de la colonne C sont les termes de la suite (P_n) :
la formule à saisir en C3 est =C2+1000 .
- (b) Les valeurs de la colonne D sont les termes de la suite (R_n) :
la formule à saisir en D3 est =D2*0,8 .
- (c) Les valeurs de la colonne E sont les différences des deux colonnes précédentes (pour une même ligne) :
la formule à saisir en E3 est =C3-D3 .
- (d) $P_7 = 45\,000 + 1\,000 \times 7 = 52\,000$ et $R_7 = 45\,000 \times 0,8^7 \approx 9\,437$; $P_7 - R_7 = 42\,563 < 45\,000$.
 $P_8 = 45\,000 + 1\,000 \times 8 = 53\,000$ et $R_8 = 45\,000 \times 0,8^8 \approx 7\,550$; $P_8 - R_8 = 45\,450 > 45\,000$.
C'est donc seulement au bout de 8 années écoulées que l'industriel devra déboursier plus de 45 000 €.