Durée : 2 heures

∽ Corrigé du brevet des collèges Amérique du Sud ∽ (sujet de secours) novembre 2013

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Exercice 1 **5 points**

1. $\frac{2}{3} : \frac{5}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$. Donc $\frac{5}{3} - \frac{2}{3} : \frac{5}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} - \frac{2}{5} + \frac{2}{3}$. Réponse B.
2. On a $\left(2\sqrt{5}\right)^2 + 2 \times 2\sqrt{5} + 1 = 20 + 1 + 4\sqrt{5} = 21 + 4\sqrt{5}$. Réponse C.
3. Réponse B.
4. On a $x^2 - x = 0$ si $x(x-1) = 0$ soit $x = 0$ ou $x - 1 = 0$. Réponse C.
5. 11 partage la série en deux séries de même taille. 11 est la médiane. Réponse B.

Exercice 2 **6 points**

1. $3 \rightarrow 3 - 1 = 2 \rightarrow 2^2 = 4 \rightarrow 4 + 2 \times 3 = 4 + 6 = 10$.
2. $3 \rightarrow 3^2 = 9 \rightarrow 9 + 1 = 10$.
3. $-2 \rightarrow -2 - 1 = -3 \rightarrow (-3)^2 = 9 \rightarrow 9 + 2 \times (-2) = 9 - 4 = 5$.
4. Avec x au départ le programme B donne $x^2 + 1$.
   On a $x^2 + 1 = 5$ ou $x^2 = 4$ ou $x^2 - 4 = 0$ ou $(x+2)(x-2) = 0$, d'où $x = 2$ ou $x = -2$ (ce dernier vu à la question précédente.)
5. Avec x au départ, le programme donne $(x-1)^2 + 2x = x^2 + 1 - 2x + 2x = x^2 + 1$: c'est effectivement ce que donne le programme B.

Exercice 3 **8 points**

1. On a SL = 1 075 − 415 = 660 m.
   JK = 1 165 − 415 = 750 m.
2. **a.** Dans le triangle SIL rectangle en L le théorème de Pythagore s'écrit :
   $\text{SI}^2 = \text{SL}^2 + \text{LI}^2 = 660^2 + 880^2 = 1\,210\,000$.
   Donc $\text{SI} = \sqrt{1\,210\,000} = 1\,100$ m.

   b. Dans le triangle SIL rectangle en L, on a $\tan\widehat{\text{SIL}} = \frac{\text{SL}}{\text{LI}} = \frac{660}{880} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0,75$.
   La calculatrice donne $\widehat{\text{SIL}} \approx 36,87$ soit 37°au degré près.
3. Pour parcourir 1 100 m à la vitesse de 10 km.h^{-1}, on met $t = \frac{1,100}{10} = 0,11$ h soit $60 \times 0,11 = 6,6$ min ou encore 6 min + 0,6 min = 6 min 36 s.
4. Dans le triangle IKJ rectangle en K, on a $\sin\widehat{\text{SIL}} = \frac{\text{JK}}{\text{IJ}}$, donc $\text{IJ} = \frac{\text{JK}}{\sin\widehat{\text{SIL}}} = 1\,250$ m
   On a donc SJ = IJ − IS = 1 250 − 1 100 = 150 m.

Exercice 4 **5 points**

1. 500 mg = 0,5 g.
   5 t = 5 000 kg = 5 000 000.
   On peut donc fabriquer $\frac{5\,000\,000}{0,5} = \frac{50\,000\,000}{5} = 10\,000\,000$ gélules (10 millions).

2. On a $\dfrac{10\,000\,000}{16} = 625\,000$ boîtes.
3. La gélule se compose d'une boule de rayon 3,5 mm et d'un cylindre de même rayon et de hauteur 14 mm. Donc le volume d'une gélule est :
$\dfrac{4}{3}\pi \times 3,5^3 + \pi \times 3,5^2 \times 14 \approx 718,3$ soit 718 mm^3 au mm^3 près.

Exercice 5 **8 points**

1. **a.** On a $4 + 2y = 48$ soit $2y = 44$ et donc $y = 22$. D'où $A = xy = 4 \times 22 = 88$.

   b.

x (en m)	4	10	20	28
y (en m)	18	15	10	6
A (en m^2)	72	150	200	168

2. On a $x + 2y = 40$ soit $2y = 40 - x$ et enfin $y = -\dfrac{1}{2}x + 20$. (fonction affine)
$A = xy = x\left(-\dfrac{1}{2}x + 20\right) = -\dfrac{1}{2}x^2 + 20x$.
3. =20*A2−0,5*A2*A2 ou =20*A2−A2^2.
4. **a.** La verticale passant par le point de coordonnées (14 ; 0) coupe la courbe en un point dont l'ordonnée est à peu près égale à 180.

   b. L'horizontale contenant le point de coordonnées (0,192) coupe la courbe en deux points dont les abscisses sont environ 16 et 24.

   c. Il semble que le maximum de l'aire 200 est atteint pour $x = 20$.
   On a déjà vu qu'alors $y = 10$ et donc $A = xy = 20 \times 10 = 200$.

Exercice 6 **4 points**

Soit a le prix du billet adulte et e le prix du billet enfant.
On a $a + 2e = 21$, soit $a = 21 - 2e$.
On a aussi $2a + 3e = 36$ ou $2(21 - 2e) + 3e = 36$ ou $42 - 4e + 3e = 36$ soit $42 - 36 = e$. Donc $e = 6$.
Un adulte paie donc $a = 21 - 2 \times 6 = 21 - 12 = 9$.
Un adulte et un enfant payent $9 + 6 = 15$, donc trois adultes et trois enfants payent trois fois plus soit $3 \times 15 = 45$ €. L'enfant a raison.
Remarque : on peut également résoudre le système :
$\left\{\begin{array}{rcl} a+2e & = & 21 \\ 2a+3e & = & 36 \end{array}\right.$ ou encore $\left\{\begin{array}{rcl} 2a+4e & = & 42 \\ 2a+3e & = & 36 \end{array}\right.$ et par différence $e = 6$, puis
$a = 21 - 2 \times 6 = 21 - 12 = 9$.
Donc $3a + 3e = 27 + 18 = 45$