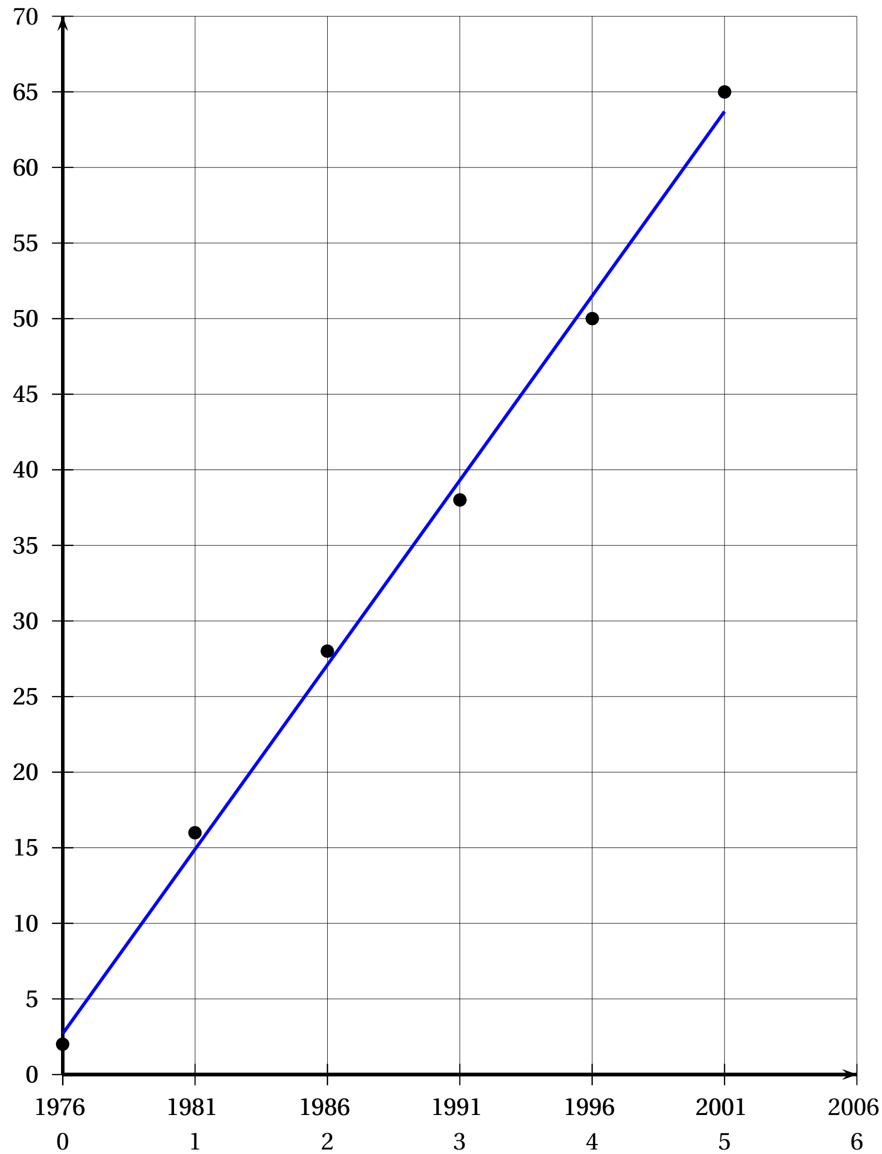
Corrigé du baccalauréat ES Antilles–Guyane juin 2006

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

1. $\dfrac{65-38}{38} \times 100 \approx 71,08$ soit une augmentation de 71 % à 1 près.
2.



3. **a.** La calculatrice donne : $y = 12,2x - 9,5$ (coefficients au dixième).

   b. Voir ci-dessus.
4. 2006 correspond au rang $x = 7$, d'où avec l'estimation précédente
   $y \approx 9,9 \times 7 - 9,5 = 85,4 - 9,5 = 75,9$ (en milliers d'hectares).

5. **a.** Il faut trouver un rang x tel que $12,2x - 9,5 = 200$ soit $12,2x = 209,5$ et enfin $x = \dfrac{209,5}{12,2} \approx 17,17$, soit puisque chaque unité correspond à 5 ans $\approx 17,17 \times 5 = 85,85$ soit à peu près 86 ans, donc en 2057.

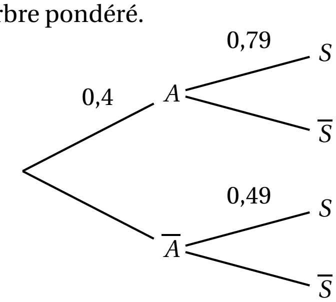
b. La bande côtière française représente :

$$\frac{200}{12,2} \times 100 \approx 909 \text{ milliers d'hectares}$$

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

1. Traduire les données par un arbre pondéré.



2. **a.** Il faut trouver :
$p(A \cap S) = p(A) \times p_A(S) = 0,4 \times 0,79 = 0,316.$

b. On a $p\left(\overline{A}\right) = 1 - p(A) = 1 - 0,4 = 0,6.$
$p\left(\overline{A} \cap S\right) = p\left(\overline{A}\right) \times p_{\overline{A}}(S) = 0,6 \times 0,49 = 0,294.$
D'après la loi des probabilités totales :
$p(S) = p(A \cap S) + p\left(\overline{A} \cap S\right) = 0,316 + 0,294 = 0,61.$

3. On a $p\left(\overline{S}\right) = 1 - p(S) = 1 - 0,61 = 0,39.$
Il faut trouver :
$p_{\overline{S}}(A) = \dfrac{(p\left(\overline{S} \cap A\right)}{p\left(\overline{S}\right)} = \dfrac{0,4 \times 0,21}{0,39} \approx 0,2153$ soit $\approx 0,215$ au millième.

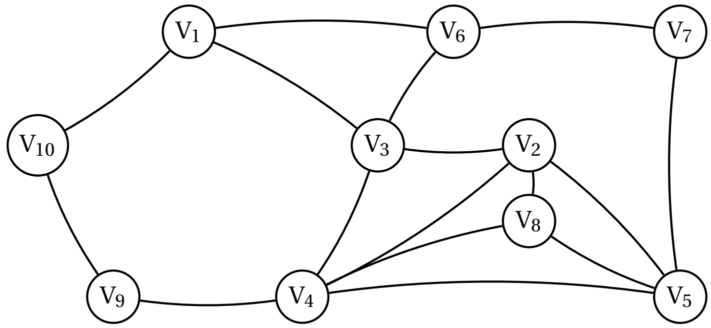
4. On a trois épreuves de Bernoulli. La loi correspondant au nombre de candidats ayant réussi à l'examen est une loi binomiale de paramètres $n = 3$ et $p = 0,61$.
La probabilité que les trois candidats interrogés aient réussi est donc $0,61^3$.
Donc la probabilité que parmi les trois au moins un ait échoué est égale $1 - 0,61^3 \approx 0,77302$ soit au millième près 0,773.

5. 40 % des candidats ont choisi la formule AAC, donc 60 % la formule traditionnelle ; le chiffre d'affaires sera donc :
$200 \times 0,40 \times 1200 + 200 \times 0,60 \times 1050 = 96000 + 126000 = 222000$ (€).

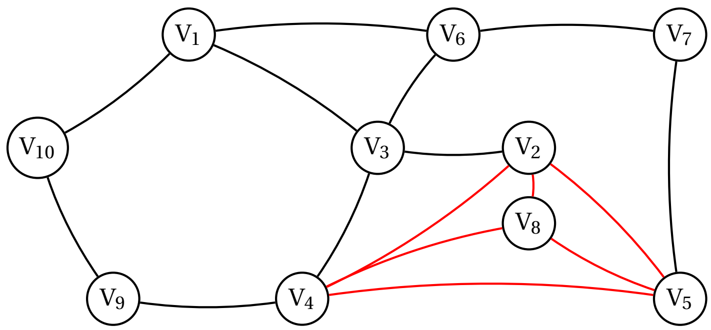
EXERCICE 2 **5 points**

Pour les élèves ayant suivi la spécialité mathématique

1.



2. **a.** Un sous-graphe complet d'ordre 4 est V_2, V_4, V_5, V_8. Dessin :



b. Le graphe ayant un sous-graphe complet d'ordre 4, son nombre chromatique est supérieur ou égal à 4. Le jardinier doit donc décorer au moins 4 parterres.

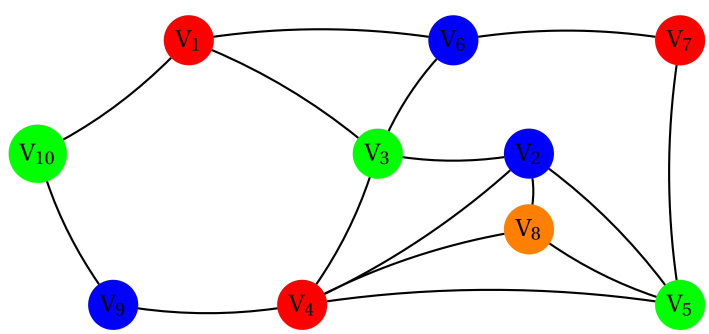
3. **a.**

sommets	V_4	V_2	V_3	V_5	V_1	V_6	V_8	V_7	V_9	V_{10}
degré	5	4	4	4	3	3	3	2	2	2

b. Le plus grand degré est 5, donc $C \leqslant 6$.

ON a finalement : $4 \leqslant C \leqslant 6$.

4. **a.** En utilisant l'algorithme « glouton » on obtient la coloration suivante du graphe :



b. On a pu utiliser un minimum de quatre couleurs, donc $C = 4$.

c. D'après la coloriation précédente, on peut proposer les quatre parterres suivants :
V_1, V_4, V_7 ; V_2, V_6, V_9 ; V_3, V_5, V_{10} et V_8.

EXERCICE 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

1. $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \mathrm{e}^x = 0$

2. $\ln(2x+1) \geqslant \ln(x+3)$. Il faut que $x > -\frac{1}{2}$ et $x > -3$, soit $x > -\frac{1}{2}$.
En prenant l'exponentielle de chaque membre (fonction croissante sur $\mathbb{R}$), on obtient :
$2x+1 \geqslant x+3 \iff x \geqslant 2$.

3. $g'(x) = f(x)$.

4. En posant $\mathrm{e}^x = X$, l'équation s'écrit :
$2X^2 - 3X + 1 = 0$; cette équation a pour solution évidente 1 et aussi $\frac{1}{2}$.
On a donc $X = \mathrm{e}^x = 1$, d'où $x = 0$, ou $X = \mathrm{e}^x = \frac{1}{2}$, d'où $x = \ln\frac{1}{2}$.
Réponse : $\left\{0\ ;\ \ln\dfrac{1}{2}\right\}$.

5. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\mathrm{e}^x}{x^n} = 0$.

6. On a pour $x > 0$, $f'(x) = \dfrac{2}{x} - 3$, donc $f'(1) = 2-3 = -1$.
L'équation de la tangente au point d'abscisse 1 est :
$y - f(1) = f'(1)(x-1)$ soit $y - (-3+4) = -1(x-1)$ ou $y - 1 - x + 1$ et enfin $y = -x+2$.

7. Une primitive de la fonction f est la fonction F définie sur $[1\,;3]$ par $F(x) = \dfrac{x^3}{3} + x^2$.
La valeur moyenne de f sur $[1\,;3]$ est égale à :
$\dfrac{1}{3-1}\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}[F(x)]_1^3 = \dfrac{1}{2}(F(3)-F(1)) = \dfrac{1}{2}\left[\left(\dfrac{3^3}{3}+3^2\right) - \left(\dfrac{1^3}{3}+1^2\right)\right] =$
$\dfrac{1}{2}\left(\frac{27}{3}+9-\frac{1}{3}-1\right) = \dfrac{1}{2}\left(\frac{26}{3}+8\right) = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{26}{3}+\dfrac{24}{3}\right) = \dfrac{25}{3}$.

8. $\exp(\ln x) = x$ pour tout x appartenant à $]0\ ;\ +\infty[$.

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

1. a. L'une des courbes représente une fonction croissante : c'est donc celle de f. Par contre la fonction $x \longmapsto \dfrac{20}{x}$ est décroissante et la fonction ln étant étant croissante la fonction g est décroissante sur $[0\,;8]$.

b. Le point A est commun aux deux courbes; il correspond donc au fait que la demande est égale à l'offre. On lit approximativement $x_0 = 2,75$ et $y_0 = 20$.

2. a. La fonction h est dérivable sur $]0\,;6]$ et sur cet intervalle :
$h'(x) = f'(x) - g'(x) = 0,5\times 0,7\mathrm{e}^{0,5x+2} - 10\left(-\dfrac{20}{x^2}\times\dfrac{x}{20}\right) = 0,35\mathrm{e}^{0,5x+2} + \dfrac{10}{x}$.

b. Tous les termes de la dérivée sont supérieurs à zéro, donc sur $[0\,;6]$, $h'(x) > 0$ et par conséquent la fonction h est croissante.

c. On a $h(2) = 0,7\mathrm{e}^{0,5\times2+2} - 10\ln\left(\dfrac{10}{2}\right) = 0,7\mathrm{e}^3 - 10\ln 5 \approx -2,03$;
De même $h(3) = 0,7\mathrm{e}^{0,5\times3+2} - 10\ln\left(\dfrac{10}{3}\right) = 0,7\mathrm{e}^{3,5} - 10\ln\left(\dfrac{10}{3}\right) \approx 11,1$.
La fonction h continue et dérivable sur l'intervalle $[2\,;3]$ est négative en 2, positive en 3 : il existe donc un réel unique x_0 de $[2\,;3]$ tel que $h(x_0) = 0$.
La calculatrice donne :
$h(2,7) \approx -0,07$ et $h(2,8) \approx 1,3$, donc $2,7 < x_0 < 2,8$ et au dixième près $x_0 \approx 2,7$.

d. Il y a donc équilibre pour des consoles proposées et vendues au prix de 270 €.
Le nombre de consoles disponibles est $f(2,7) = 0,7\text{e}^{0,5\times 2,7+2} = 0,7\text{e}^{3,35} \approx 19,952$ milliers soit environ 19 952.

3. Surplus des fournisseurs

a. Une primitive de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,6]$ est :
$F(x) = 0,7 \times \dfrac{1}{0,5}\text{e}^{0,5x+2} = 1,4\text{e}^{0,5x+2}$.

b. Voir sur l'annexe : $x_0 y_0$ est l'aire du rectangle dont une diagonale est [OA] et $\displaystyle\int_0^{x_0} f(x)\,\text{d}x$ est l'aire en unité d'aire de la surface limitée par la représentation graphique de f, l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = 0$ et $x = x_0$. On a $S = 2,7 \times 20 - \displaystyle\int_0^{x_0} f(x)\,\text{d}x =$
$54 - [F(x)]_0^{2,7} = 54 - F(2,7) + F(0) = 54 - 1,4\text{e}^{0,5\times 2,7+2} + 1,4\text{e}^{0,5\times 0+2} = 54 - 1,4\text{e}^{3,35} + 1,4\text{e}^{2} \approx$
$24,44$

Annexe à agrafer avec la copie

Exercice 4