Corrigé du brevet de technicien supérieur Métropole 10 mai 2021 - Comptabilité et gestion [1]

Exercice 1 **10 points**

Dans cet exercice, on s'intéresse d'une part, à l'évolution du chiffre d'affaires d'une entreprise et d'autre part, au développement de son activité.
Le tableau suivant, où x_i désigne le rang de l'année mesuré à partir de l'année 2013, donne le chiffre d'affaires y_i (en milliers d'euros) de l'entreprise pour chaque année entre 2013 et 2018.

Année	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Rang x_i	0	1	2	3	4	5
Chiffre d'affaires (en milliers d'euros) y_i	1 254	1 317	1 395	1 472	1 575	1 655

Partie A :

1. Le taux global d'évolution du chiffre d'affaires de cette entreprise entre 2013 et 2018, exprimé en pourcentage, est : $\dfrac{1655-1254}{1254}\times 100 \approx 32\,\%$.
2. Il y a 5 années entre 2013 et 2018.
   Le taux moyen annuel d'évolution du chiffre d'affaires de cette entreprise entre 2013 et 2018, est le nombre t tel que : $(1+t)^5 = 1+\dfrac{32}{100}$.
   On a donc $(1+t)^5 = 1,32$ donc $1+t = 1,32^{\frac{1}{5}}$ et donc $t = 1,32^{\frac{1}{5}}-1$.
   Donc $t \approx 0,057$ ce qui correspond à $5,7\,\%$.
3. On suppose que le chiffre d'affaires de l'entreprise augmente chaque année de 5,7 % à partir de 2018. On note u_n le chiffre d'affaires de l'entreprise pour l'année $2018+n$. Ainsi $u_0 = 1655$.
   a. $u_1 = 1655\times\left(1+\dfrac{5,7}{100}\right) \approx 1749$
   On peut donc estimer à 1749 milliers d'euros le chiffre d'affaires en 2019, soit 1,749 million d'euros.
   b. Augmenter de 5,7 % c'est multiplier par $\left(1+\dfrac{5,7}{100}\right)$ soit $1,057$.
   Donc, pour tout n, on a : $u_{n+1} = 1,057u_n$; la suite (u_n) est donc géométrique de raison $q = 1,057$ et de premier terme $u_0 = 1655$.
   c. La suite (u_n) est géométrique de raison $q = 1,057$ et de premier terme $u_0 = 1655$ donc pour tout n, on a : $u_n = u_0\times q^n = 1655\times 1,057^n$.

1. Candidats libres ou établissement privé hors contrat

d. $2022 = 2018+4$ donc le chiffre d'affaires que peut prévoir l'entreprise en 2022 est : $u_4 = 1\,655 \times 1,057^4 \approx 2\,066$ milliers d'euros, soit 2,066 millions d'euros.

e. Le chiffre d'affaires de l'entreprise dépassera 2,5 millions d'euros pour n tel que $u_n > 2\,500$. À la calculatrice on trouve : $u_7 \approx 2\,440 < 2\,500$ et $u_8 \approx 2\,579 > 2\,500$.

Le chiffre d'affaires de l'entreprise dépassera 2,5 millions d'euros en $2018+8$ soit en 2026.

Partie B :

1. Le coefficient de corrélation linéaire r de la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ donné par la calculatrice est de 0,998 à 0,001 près.

   Le coefficient est très proche de 1 donc on peut envisager un ajustement affine.
2. L'équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés sous la forme $y = ax+b$, où a et b sont arrondis à 0,1 près est : $y = 81,6x + 1\,240,7$.
3. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite D d'équation $y = 82x + 1\,241$.

   a. L'année 2021 correspond à $x = 8$; $82 \times 8 + 1\,241 = 1\,897$.

   Le chiffre d'affaires que peut prévoir l'entreprise en 2021 est de 1,897 million d'euros.

   b. Selon ce modèle, le chiffre d'affaires de l'entreprise dépassera 2,2 millions d'euros pour x tel que $82x + 1\,241 > 2\,200$ soit pour $x > 11,7$ c'est-à-dire à partir de $x = 12$.

   Le rang 12 correspond à l'année 2025 c'est donc à partir de 2025 que le chiffre d'affaires dépassera 2,2 millions d'euros..

Exercice 2 **10 points**

Partie A

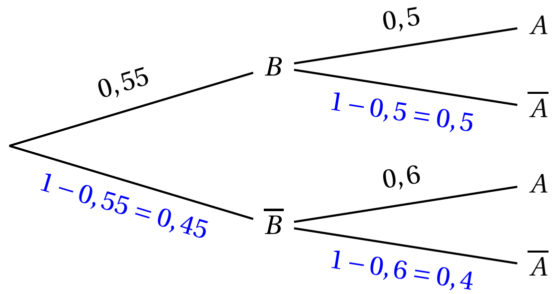
Une entreprise qui fabrique des dragées possède une chaîne de production qui réalise, en fonction des besoins : des dragées blanches ou roses, aux amandes ou au chocolat. Actuellement la machine est réglée de la manière suivante :

- 55 % de la production sont des dragées blanches ;
- parmi les dragées blanches, 50 % sont aux amandes ;
- parmi les dragées roses, 60 % sont aux amandes.

On s'intéresse à une dragée prise au hasard. On considère les évènements suivants :

- B : « La dragée choisie est blanche » ;
- A : « La dragée choisie est aux amandes » ;

1. D'après le texte, $P(B) = 0,55$, $P_B(A) = 0,50$ et $P_{\overline{B}}(A) = 0,60$.
2. On réalise un arbre de probabilité représentant la situation.



3. La probabilité que la dragée choisie soit blanche et aux amandes est $P(B \cap A) = 0,55 \times 0,5 = 0,275$.
4. D'après la formule des probabilités totales :
$P(A) = P(B \cap A) + P\left(\overline{B} \cap A\right) = 0,55 \times 0,5 + 0,45 \times 0,6 = 0,545$
5. Le directeur constate que plus de la moitié de ses ventes sont des dragées au chocolat.
La probabilité que la dragée soit au chocolat est $P\left(\overline{A}\right) = 1 - 0,545 = 0,455$; donc moins de la moitié des dragées sont au chocolat. Le réglage ne permet donc pas de répondre à la demande.
6. Sachant que la dragée est au chocolat, la probabilité qu'elle soit blanche est :
$P_{\overline{A}}(B) = \dfrac{P\left(B \cap \overline{A}\right)}{P\left(\overline{A}\right)} = \dfrac{0,55 \times 0,45}{0,455} \approx 0,544$

Partie B

L'entreprise réalise des sachets avec un assortiment de 100 dragées prises au hasard. Ce tirage est assimilé à un tirage avec remise car le nombre de dragées est très grand.
On suppose que la probabilité qu'une dragée soit aux amandes est de $0,545$.
Soit X la variable aléatoire qui, dans un sachet de 100 dragées, associe le nombre de dragées aux amandes.

1. Pour chaque dragée il y a deux possibilités : elle est aux amandes avec une probabilité $p = 0,545$ ou elle est au chocolat avec une probabilité de $1 - p = 0,455$.
On effectue un tirage de $n = 100$ dragées dans la production, et ce tirage est assimilé à un tirage avec remise donc les tirages sont indépendants.
La variable aléatoire X qui donne le nombre de dragées aux amandes, suit donc la loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,545$.
2. Le nombre moyen de dragées aux amandes par sachet est $E(X) = np = 100 \times 0,545 = 54,5$.
3. $P(X = 60) = \dbinom{100}{60} \times 0,545^{60} \times (1 - 0,545)^{100-60} \approx 0,044$
Sur un lot de 100 dragées pris au hasard, la probabilité qu'il y en ait exactement 60 aux amandes est de $0,044$.
4. La probabilité d'obtenir au moins 50 dragées aux amandes dans un sachet est $P(X \geqslant 50) = 1 - P(X \leqslant 49) \approx 1 - 0,158 \approx 0,842$.

Partie C

L'entreprise souhaite proposer une nouvelle gamme de dragées, elle décide donc d'emprunter 150 000 € auprès d'un établissement financier afin de se développer.
L'emprunt, au taux annuel de 3 %, sera remboursé en 6 ans par versement annuel constant, nommé annuité a.
On rappelle la formule de calcul d'une annuité constante : $a = C \times \dfrac{t}{1-(1+t)^{-n}}$.
où C est le capital emprunté, t le taux annuel et n le nombre d'annuités.
L'établissement financier établit le tableau d'amortissement suivant (la cellule C1 est au format pourcentage) :

	A	B	C	D	E
1		Taux annuel	3 %		
2					
3	Année	Capital restant dû en début d'année	Intérêts de l'année	Amortissement du capital	Annuité constante
4	1	150 000,00 €		23 189,63 €	27 689,63 €
5	2		3 804,31 €	23 885,31 €	27 689,63 €
6	3	102 925,05 €	3 087,75 €	24 601,87 €	27 689,63 €
7	4	78 323,19 €	2 349,70 €		27 689,63 €
8	5	52 983,26 €	1 589,50 €	26 100,13 €	27 689,63 €
9	6	26 883,13 €	806,49 €	26 883,13 €	27 689,53 €

1. Le montant de l'annuité constante est donné par la formule $a = C \times \dfrac{t}{1-(1+t)^{-n}}$.
On a $C = 150000$, $t = 0,03$ et $n = 6$.
Le montant de l'annuité constante est donc $a = 150000 \times \dfrac{0,03}{1-(1+0,03)^{-6}}$, soit au centime près 27 689,63 euros.

2.
- En colonne C, on calcule les intérêts sur le capital restant dû ; on entrera donc en C4 la formule $\boxed{= \text{B4} * 0{,}03}$.
- En colonne D, on calcule le montant correspondant à la part du capital que l'on rembourse en payant l'annuité fixe de 27 689,63 ; c'est la différence entre le montant de l'annuité et le montant des intérêts payés. On entrera dans D7 la formule $\boxed{= \text{E7} - \text{C7}}$.
- En colonne B, on calcule le capital restant dû ; c'est la différence entre le capital restant dû l'année précédente et le capital payé l'année précédente. On entrera dans B5 la formule $\boxed{= \text{B4} - \text{D4}}$.

3. Avec les formules entrées, on trouve :
- en C4 la somme de 4 500,00 € ;
- en D7 la somme de 25 339,93 € ;
- en B5 la somme de 126 810,37 €.

4. Le coût total de ce crédit est de 6 × 27 689,63 soit 166 137,78 €.