ঌ Corrigé du baccalauréat STL Métropole 20 mars 2023 ঌ

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Physique-Chimie et Mathématiques

EXERCICE 1 (5 points)
(physique-chimie et mathématiques)

Lors d'une séance expérimentale, un binôme d'élèves réalise la vidéo du mouvement d'une voiture miniature de masse $m = 0{,}040\,\text{kg}$, en roue libre.
L'objectif de l'expérience est de déterminer l'intensité F de l'ensemble des forces de frottement qui s'exercent sur la voiture et la distance d parcourue avant l'arrêt. Les forces de frottement sont supposées constantes. L'étude est menée dans le référentiel du sol supposé galiléen. Le mouvement de la voiture est rectiligne et s'effectue selon un axe horizontal (Ox) fixe.

Évolution de la position x au cours du temps

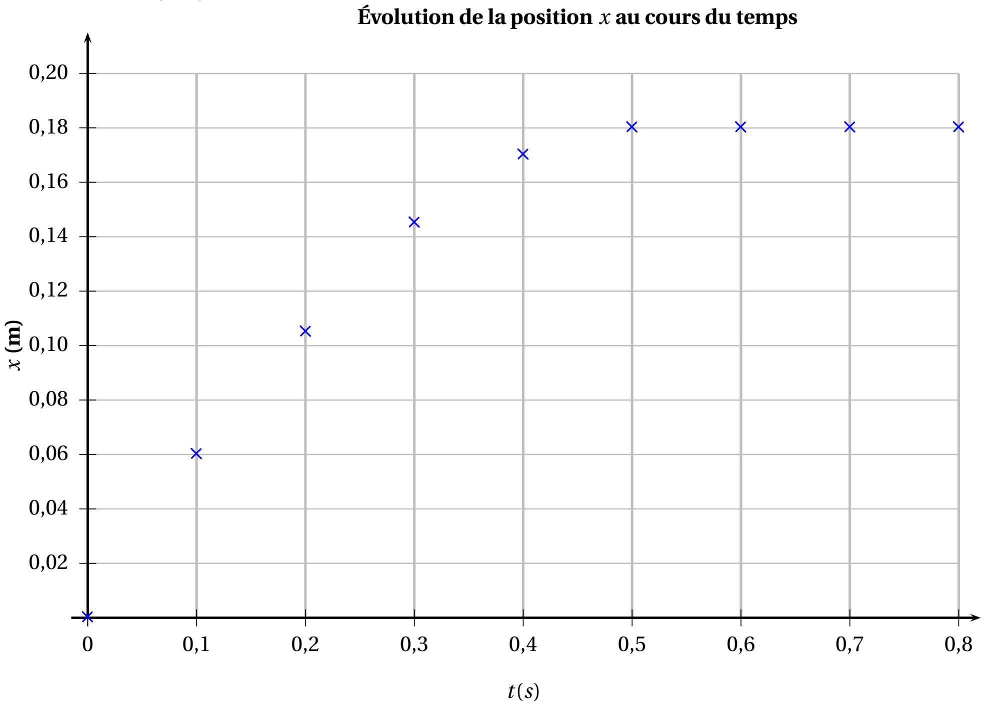

Figure 1

L'analyse de la vidéo obtenue par le binôme d'élèves, au moyen d'un logiciel de pointage, permet d'obtenir le graphe de l'évolution de la position x du centre de masse G de la voiture au cours du temps.

1. En prenant appui sur la figure 1 on voit que :
   - $x(0,1) - x(0) > x(0,2) - x(0,1) > x(0,3) - x(0,2) > x(0,4) - x(0,3) > x(0,5) - x(0,4)$ donc la vitesse de la voiture est décroissante entre 0 et 0,5 s.
   - $x(0,5) = x(0,6) = x(0,7) = x(0,8)$ donc la vitesse de la voiture est nulle entre 0,5 et 0,8 s.
2. La vitesse moyenne de la voiture entre les instants $t_0 = 0$ et $t = 0,1$ est en mètre par seconde :
   $\dfrac{x(0,1) - x(0)}{0,1 - 0} = \dfrac{0,06 - 0}{0,1} = 0,6.$

Le nuage expérimental de points peut être modélisé par une fonction polynomiale sur l'intervalle de temps $[0\ ;\ 0,50]$, le temps étant exprimé en secondes. On rappelle que la position x est exprimée en mètres. Cette fonction, notée x, a pour expression :
$x(t) = -0,58 \times t^2 + 0,65 \times t$.

3. Pour tout réel t, $x'(t) = -0,58 \times 2t + 0,65 = -1,16t + 0,65$.
4. $x'(0) = 0,65$
5. $x'(0)$ fait référence à la vitesse de la voiture à l'instant t_0.
6. La valeur de l'accélération définie sur l'intervalle de temps $[0; 0,50]$ est en m/s^2 :
   $\dfrac{x'(0,5) - x'(0)}{0,5 - 0} = \dfrac{-1,16 \times 0,5 + 0,65 - 0,65}{0,5} = -1,16$.
   La vitesse diminue entre 0 et $0,5$ donc l'accélération est négative.
7. Réaliser le bilan des forces modélisant les actions mécaniques s'exerçant sur la voiture au cours de son mouvement. Les représenter sans souci d'échelle sur un schéma où la voiture est réduite à son centre de masse G.
8. En utilisant la seconde loi de Newton, montrer que l'intensité F de l'ensemble des forces de frottement s'exerçant sur le système voiture s'écrit :

$$F = -m \times a$$

9. Montrer que la valeur numérique de l'intensité F de l'ensemble des forces de frottements est égale à $4,6 \times 10^{-2}\ N$.

On rappelle que la voiture parcourt une distance d avant de s'arrêter et que le travail de la force constante $\overrightarrow{F}$ entre le point de départ O et le point d'arrêt A s'écrit $W(\overrightarrow{F}) = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{OA}$

10. Montrer que $W(\overrightarrow{F}) = -F \times d$.

La variation de l'énergie cinétique du système voiture entre les instants $t_0 = 0$ et $t_f = 0,5s$ (instant à partir duquel on considère la vitesse nulle) est égale au travail de l'ensemble des forces de frottements.

11. En déduire la valeur de la distance d parcourue par la voiture entre les instants t_0 et t_f. Confronter le résultat obtenu à celui que l'on peut déterminer sur la figure 1.

Exercice 3 (4 points)
(mathématiques)

Question 1 :

Soit la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = (3x+5)\mathrm{e}^{x}$.
$f(0) = (0+5)\mathrm{e}^{0} = 5$ donc $f(0)$ est un entier.

Question 2 :

Soit la fonction f définie et dérivable sur $[0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = (x-5)\mathrm{e}^{3x}$.
On note f' sa fonction dérivée.
Sur $[0\,;\,+\infty[$, $f'(x) = 1\times\mathrm{e}^{3x} + (x-5)\times 3\mathrm{e}^{3x} = (1+3x-15)\mathrm{e}^{3x} = (3x-14)\mathrm{e}^{3x}$.

Question 3 :

On donne : $\mathscr{A} = \ln\left(\dfrac{25}{8}\right)$.

- Pour $a>0$ et $b>0$, on a : $\ln\left(\dfrac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$.
  Donc $\ln\left(\dfrac{25}{8}\right) = \ln(25) - \ln(8)$.
- Pour $a>0$ et n entier naturel non nul, on a : $\ln\left(a^{n}\right) = n\ln(a)$.
  Donc $\ln(25) = \ln(5^{2}) = 2\ln(5)$ et $\ln(8) = \ln(2^{3}) = 3\ln(2)$.

$\mathscr{A} = 2\ln(5) - 3\ln(2) = -3\ln(2) + 2\ln(5)$

Question 4 :

On considère l'équation différentielle (E) : $y' = 3y - 12$, où y est une fonction de variable x, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

- L'équation différentielle (E$'$) : $y' = 3y$ a pour solutions les fonctions g_0 définies par $g_0(x) = k\mathrm{e}^{3x}$ où k est un réel quelconque.
- L'équation différentielle (E) a pour solution particulière la fonction g définie par $g(x) = 4$.
- L'équation différentielle (E) a donc pour solutions les fonctions f telles que $f = g + g_0$, autrement dit définies par $f(x) = k\mathrm{e}^{3x} + 4$.
- $f(0) = 8 \iff k\mathrm{e}^{0} + 4 = 8 \iff k = 4$

La fonction f, solution de (E), qui vérifie $f(0) = 8$ est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4\mathrm{e}^{3x} + 4$.