Durée : 2 heures

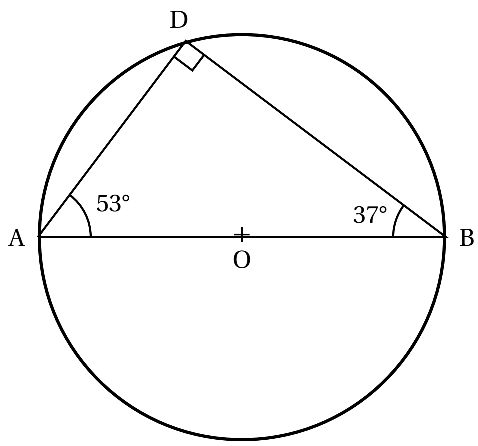
Corrigé du brevet Nouvelle–Calédonie mars 2015

Exercice 1 : QCM — 5 points

1. **Réponse B**
   Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul.
   $x-3=0 \iff x=3$ et $3x+2=0 \iff 3x=-2 \iff x=-\dfrac{2}{3}$
2. **Réponse A**
   Ajouter 15 % c'est multiplier par 1,15 ; $56 \times 1,15 = 64,4$
3. **Réponse C**
   La courbe dessinée passe par le point de coordonnées $(1, -3)$ donc l'image de 1 est -3.
4. **Réponse C**
   $189 = 108 \times 1 + 81$; $108 = 81 \times 1 + 27$; $81 = 27 \times 3 + 0$; le dernier reste non nul, donc le PGCD, est 27.
5. **Réponse B**
   $\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

Exercice 2 : Le cercle — 4 points

1. On trace un cercle G de centre O et de diamètre [AB] tel que AB = 5,4 cm.
2. On construit un point D du cercle tel que $\widehat{\text{ABD}} = 37°$.
3. Le triangle ABD est inscrit dans le cercle de diamètre [AB] donc ce triangle est rectangle en D.
4. Le triangle ABD est rectangle en D donc les angles $\widehat{\text{BAD}}$ et $\widehat{\text{DBA}}$ sont complémentaires ;
   donc $\widehat{\text{BAD}} + \widehat{\text{DBA}} = 90° \iff \widehat{\text{BAD}} = 90° - \widehat{\text{DBA}} \iff \widehat{\text{BAD}} = 90° - 37° \iff \widehat{\text{BAD}} = 53°$



Exercice 3 : La kermesse 4 points

1. Sur la roue, il y a 6 secteurs de mêmes surfaces donc il y a équiprobabilité ; la probabilité de gagner un ballon est $\dfrac{1}{6}$.
2. La roue contient 3 secteurs contenant des sucreries : la probabilité de gagner une sucrerie est donc $\dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$.
3. Pour avoir la probabilité de gagner un chocolat puis une petite voiture, il faut multiplier les probabilités de chacun des événements : $\dfrac{1}{6} \times \dfrac{1}{6} = \dfrac{1}{36}$

Exercice 4 : La course 4,5 points

L'Association des Enfants Heureux organise une course. Chaque enfant a un vélo ou un tricycle. L'organisateur a compté 64 enfants et 151 roues.

1. Soit v le nombre de vélos et t le nombre de tricycles.
   Un vélo possède 2 roues, un tricycles en possède 3 ; il y a en tout 151 roues donc $2v+3t = 151$.
   Il y a 64 enfants donc le nombre total de cycles est 64 : $v + t = 64$.
   On résout le système $\left\{\begin{array}{rcl} 2v+3t & = & 151 \\ v+t & = & 64 \end{array}\right.$
   $$\left\{\begin{array}{rcl} 2v+3t & = & 151 \\ v+t & = & 64 \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{rcl} 2v+3t & = & 151 \\ v & = & 64-t \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{rcl} 2(64-t)+3t & = & 151 \\ v & = & 64-t \end{array}\right.$$
   $$\iff \left\{\begin{array}{rcl} 128-2t+3t & = & 151 \\ v & = & 64-t \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{rcl} t & = & 151-128 \\ v & = & 64-t \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{rcl} t & = & 23 \\ v & = & 41 \end{array}\right.$$
   Dans cette course, il y a 41 vélos et 23 tricycles engagés.
2. Chaque vélo engagé rapporte 500 F et chaque tricycle 400 F.
   Les vélos rapportent $41 \times 500 = 20\,500$ F ; les tricycles rapportent $23 \times 400 = 9\,200$ F.
   L'association recevra pour cette course $20\,500 + 9\,200 = 29\,700$ F.

Exercice 5 : La pêche aux crabes 4 points

Martin va en vacances durant une semaine chez sa grand-mère au bord de la mer.
Les crabes se mesurent dans leur plus grande largeur (sans les pinces).
Voici les différentes tailles en centimètres des crabes qu'il a pêchés au cours de la semaine :

$$23 - 9 - 10 - 10 - 23 - 22 - 18 - 16 - 13 - 8 - 8 - 16 - 18 - 10 - 12$$

1. Martin a mesuré 15 crabes. La moyenne de cette série est :
   $\dfrac{23+9+10+10+23+22+18+16+13+8+8+16+18+10+12}{15} = \dfrac{216}{15} = 14,4$
2. Pour déterminer la médiane, on écrit les tailles des crabes en ordre croissant :
   $$8 - 8 - 9 - 10 - 10 - 10 - 12 - \boxed{13} - 16 - 16 - 18 - 18 - 22 - 23 - 23$$
   La médiane de cette série est la valeur du nombre situé « au milieu » de cette série, soit le 8$^{\text{e}}$ nombre qui est 13.
3. Les crabes de moins de 14 cm dans leur plus grande largeur sont interdits à la pêche.
   Il y a 8 crabes ayant une largeur inférieure à 14 cm ; il faut donc remettre en liberté une proportion de crabes égale à $\dfrac{8}{15}$.

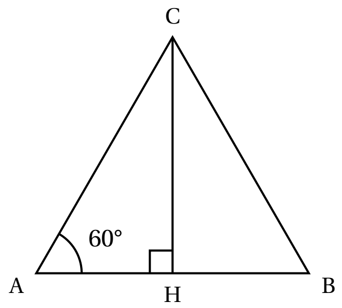
Exercice 6 : La géode 6 points

La géode, située à la Cité des Sciences de la Villette à Paris, est une structure sphérique.

1. La salle de projection, située à l'intérieur de la géode, est une demi-sphère de diamètre 26 m.
Une sphère de diamètre 26 m a pour rayon 13 m et donc pour volume $\dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{4}{3}\pi \times 13^3$.
Le volume de la géode est donc $\dfrac{1}{2} \times \dfrac{4}{3}\pi \times 13^3 \approx 4\,601\ \text{m}^3$

2. La surface extérieure est en partie recouverte de triangles équilatéraux de 120 cm de côté.

a. Soit ABC un triangle équilatéral de côté 120 cm. On appelle H le pied de la hauteur issue de C.
Dans le triangle ACH rectangle en H :
$\sin\widehat{\text{CAH}} = \dfrac{\text{CH}}{\text{AC}}$ donc $\text{CH} = \sin\widehat{\text{CAH}} \times \text{AC}$.
Le triangle ABC est équilatéral de côté 120 donc AC = 120 et chaque angle de ce triangle vaut 60° donc $\widehat{\text{CAH}} = 60°$.
On a donc : $\text{CH} = \sin 60° \times 120 \approx 104$
La hauteur d'un de ces triangles est approximativement de 104 cm.



b. L'aire d'un de ces triangles est égale à $\dfrac{\text{AB} \times \text{CH}}{2} \approx \dfrac{120 \times 104}{2} \approx 6\,240\ \text{cm}^2$.

3. Il a fallu 6 433 triangles pour recouvrir la partie extérieure de la Géode.
La surface recouverte par ces triangles est approximativement de $6\,433 \times 6\,240 = 40\,141\,920\ \text{cm}^2$ soit $4\,014{,}192\,0\ \text{m}^2$ ce qui donne en arrondissant au m^2 : $4\,014\ \text{m}^2$.

Exercice 7 : Le club de sport 3,5 points

Le club de sport « Santé et Forme » propose à ses clients deux tarifs :
Tarif A : forfait annuel à 90 000 F
Tarif B : une adhésion à 5 000 F puis un abonnement mensuel à 7 900 F.

1. La formule qui doit être dans la cellule C4 est $\boxed{= 5000 + \text{A4*7900}}$

2. D'après le tableur, le 11^e^ mois est la première fois que le tarif B (91 900 F) est supérieur au tarif A (90 000 F) ; c'est donc à partir du 11^e^ mois que le tarif A devient plus intéressant que le tarif B.

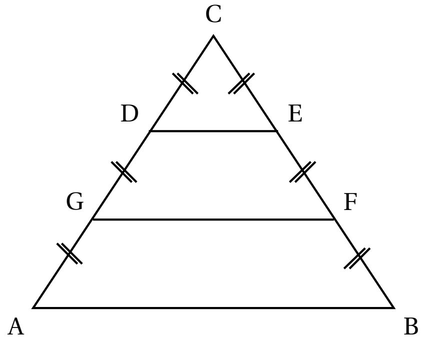
3. La droite h correspond à une fonction constante, donc au prix constant correspondant au tarif A ; c'est donc le tarif B qui est représenté par la droite g.

Exercice 8 : Le faré 5 points

François aide son papa à reconstruire le faré du jardin.
Le toit a la forme d'une pyramide à base carrée représentée ci-dessous.
François doit acheter du bois de charpente pour refaire les traverses de ce toit à quatre pans.

1. On sait que, en mètres, $\text{AC} = 3{,}6$, $\text{AH} = 2{,}88$ et $\text{CH} = 2{,}16$.
Donc $\text{AC}^2 = 12{,}96$, $\text{AH}^2 = 8{,}294\,4$ et $\text{CH}^2 = 4{,}665\,6$.
On constate que $12{,}96 = 8{,}294\,4 + 4{,}665\,6$ ce qui veut dire que $\text{AC}^2 = \text{AH}^2 + \text{CH}^2$.
Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ACH est rectangle en H.

2. On a représenté ci-dessous le pan ABC.



ABC est un triangle isocèle en C.
AC = 3,60 m
Les distances AG, GD, DC, CE, EF et FB sont égales.
Les droites (DE), (GF) et (AB) sont parallèles.

a. Le pan ABC comprend trois traverses [DE], [GF] et [AB]. François a coupé une traverse [AB] de 4,08 m.

On sait que (DE) est parallèle à (AB) ; on applique le théorème de Thalès dans les triangles CDE et CAB : $\dfrac{CD}{CA} = \dfrac{CE}{CB} = \dfrac{DE}{AB}$ donc $\dfrac{CD}{CA} = \dfrac{DE}{AB}$; or CD = DG = GA donc $\dfrac{CD}{CA} = \dfrac{1}{3}$

On en déduit que $\dfrac{DE}{AB} = \dfrac{1}{3}$ donc que $DE = \dfrac{1}{3}AB = \dfrac{1}{3} \times 4,08 = 1,36$ m.

b. On donne de plus GF = 2,72 m. Les quatre pans de la toiture sont identiques.

Sur la face ABC, la longueur des traverses nécessaires est
$DE + GF + AB = 1,36 + 2,72 + 4,08 = 8,16$ m.

Comme il y a quatre pans identiques, la longueur totale des traverses nécessaires pour refaire la toiture est de $4 \times 8,16 = 32,64$ m.