

☞ Corrigé du brevet des collèges Pondichéry 29 avril 2014 ☞

EXERCICE 1

6 POINTS

1. $3003 = 150 \times 20 + 3$ et $3731 = 186 \times 20 + 11$.

Il restera, à Arthur, 14 dragées : 3 au chocolat et 11 aux amandes.

2. a. La proposition d'Emma ne convient pas. En effet, 90 ne divise ni 3303, ni 3731, et elle doit utiliser tous les dragées; ce qui est donc impossible.
- b. Comme on veut faire le maximum de ballotins contenant chacun les mêmes nombres de dragées au chocolat et de dragées aux amandes, il faut rechercher le plus grand diviseur commun de 3303 et 3731.

D'après l'algorithme d'Euclide :

a	b	reste	division euclidienne
3731	3303	728	$3731 = 1 \times 3303 + 728$
3303	728	91	$3303 = 4 \times 728 + 91$
728	91	0	$728 = 8 \times 91$

Le PGCD de 3303 et 3731 est le dernier reste non nul, c'est-à-dire 91.

Donc Emma et Arthur pourront faire au maximum 91 ballotins.

On réalise les opérations suivantes : $3303 \div 91 = 33$ et $3731 \div 91 = 41$.

Chacun des ballotins contiendra 33 dragées au chocolat et 41 dragées aux amandes.

EXERCICE 2

5 POINTS

1. $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$; c'est la réponse C.

2. C'est la réponse C.

3. $f(x) = 3x - (2x + 7) + (3x + 5) = 3x - 2x - 7 + 3x + 5 = 4x - 2$. C'est la réponse A.

4. L'enquête ne peut pas l'aider car c'est un tirage aléatoire : chaque numéro a la même chance d'être sorti. C'est la réponse C.

5. $(x-1)^2 16 = (x-1)^2 - 4^2 = [(x-1) + 4][(x-1) - 4] = [x-1+4] \times [x-1-4] = (x+3)(x-5)$.

D'ou $(x-1)^2 - 16 = (x+3)(x-5)$; c'est la réponse A.

EXERCICE 3

3 POINTS

Soit x le nombre de départ.

Ajoutons 3 : $x + 3$. Multiplions le résultat par 7 : $7 \times (x + 3) = 7 \times x + 7 \times 3 = 7x + 21$.

Ajoutons le triple du nombre de départ au résultat : $7x + 21 + 3 \times x = 10x + 21$.

Enlevons 21 au résultat : $10x + 21 - 21 = 10x$.

L'affirmation est donc vraie.

EXERCICE 4

7 POINTS

• Recherche de la longueur du parcours ACDA :

Dans le triangle ACD rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AD^2 = AC^2 + DC^2.$$

D'ou $AD^2 = 1,4^2 + 1,05^2 = 3,0625$; par suite, $AD = \sqrt{3,0625} = 1,75$ (km).

Or $AC + CD + DA = 1,4 + 1,05 + 1,75 = 4,2$.

Donc la longueur du parcours ACDA est de 4,2 km.

- Recherche de la longueur du parcours AEFA :

Dans le triangle AEF E' appartient à [AE], F' appartient à [AF] et les droites (E'F') et (EF) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\text{D'où : } \frac{1,3}{0,5} = \frac{EF}{0,4}. \text{ Ainsi } EF = \frac{1,3 \times 0,4}{0,5} = 1,04 \text{ (km).}$$

$$\text{Or } AE + EF + FA = 1,3 + 1,04 + 1,6 = 3,94.$$

Donc la longueur du parcours AEFA est de 3,94 km.

- Comparaison des deux parcours :

$$4,2 - 4 = 0,2 \text{ et } 4 - 3,94 = 0,06.$$

La commune choisira donc le parcours AEFA car sa longueur s'approche le plus possible de 4 km.

EXERCICE 5

8 POINTS

1. $V_{\text{cylindre}} = \text{aire de la base} \times \text{hauteur} = \pi r^2 \times h.$

$$\text{Donc } V_{\text{cylindre}} = \pi \times 5^2 \times 15 = 375\pi \approx 1178 \text{ (cm)}^3.$$

2. a. $V_{\text{cône}} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \frac{\pi r^2 h}{3}.$

$$\text{D'où } V_1 = V_{\text{grand cône}} = \frac{\pi r^2 \times SO}{3} = \frac{\pi \times 5^2 \times 6}{3} = 50\pi \text{ cm}^3$$

b. $V_2 = V_1 - V_{\text{petit cône}}.$

$$\text{Or le petit cône est une réduction du grand cône avec un rapport } k \text{ égal à } k = \frac{SO'}{SO} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{D'où } V_{\text{petit cône}} = V_1 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 50\pi \times \frac{1}{27} = \frac{50\pi}{27} \text{ cm}^3. \text{ Par suite :}$$

$$V_2 = V_1 - V_{\text{petit cône}} = 50\pi - \frac{50\pi}{27} = \frac{50\pi \times 27 - 50\pi}{27} = \frac{1300\pi}{27} \approx 151 \text{ cm}^3.$$

3. On peut éliminer le graphique 4 car si $h = 0$, le volume devrait être égal à 0.

On peut éliminer le graphique 2 car le volume doit toujours augmenter si la hauteur h augmente.

D'après les calculs précédents, si on remplit le bouteille jusqu'au goulot, h serait alors égal à 19 cm. Et dans ce cas, le volume du bidon serait égal à environ $1178 + 151 = 1329 \text{ cm}^3$; ce qui correspond au graphique 1.

EXERCICE 6

7 POINTS

1. Dans la cellule O2, on a saisi la formule : =SOMME(B1 : N1)

2. a. $\bar{x} = \frac{8 \times 1 + 8 \times 2 + 2 \times 3 + 2 \times 4 + 1 \times 5 + 3 \times 6 + 1 \times 11 + 2 \times 13 + 1 \times 14 + 1 \times 15 + 1 \times 18 + 1 \times 32 + 1 \times 40}{26}$

$$\bar{x} = \frac{205}{26} \approx 8.$$

La moyenne de cette série est égale à environ 8 médailles.

b. On calcule $\frac{N}{2} = \frac{26}{2} = 13.$

La médiane de cette série est comprise entre la 13^e valeur et la 14^e de la série rangée dans l'ordre croissant.

On cumule les effectifs jusqu'à dépasser 13 : $8 + 2 + 2 = 12$. La 13^e valeur est 4 et la 14^e valeur est 4.

Donc la médiane de cette série est égale à 4 médailles.

- c. Les valeurs de la moyenne et de la médiane sont différentes car l'étendue de la série est très grande : $40 - 1 = 39$. Les valeurs sont alors très dispersées.

3. Soit x le nombre de pays médaillés.

70 % des pays médaillés ont obtenu au moins une médaille d'or; ainsi, $\frac{70}{100} \times x = 26$, c'est-à-dire $0,7 \times x = 26$.

Par suite, $x = \frac{26}{0,7} \approx 37$ et $37 - 26 = 11$.

Par conséquent, 11 pays n'ont obtenu que des médailles d'argent ou de bronze.