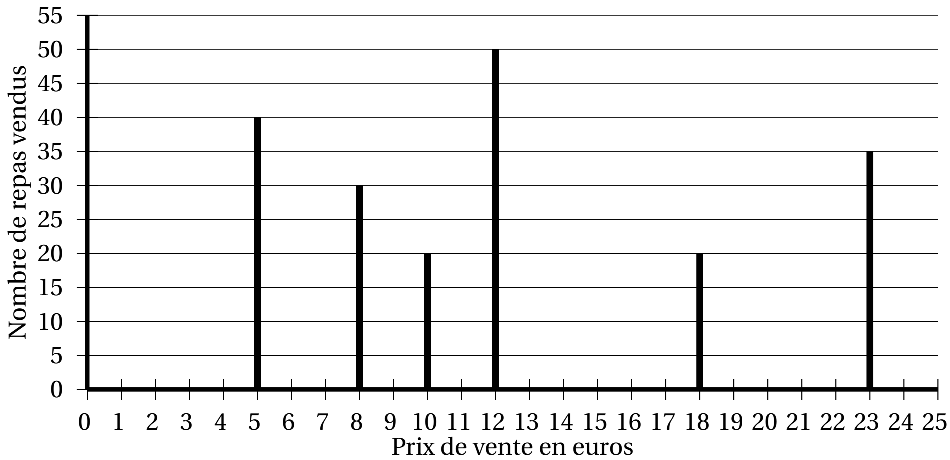
∽ Corrigé du baccalauréat de technicien hôtellerie ∾
Métropole – septembre 2009

EXERCICE 1 **8 points**

Un traiteur propose différents types de repas allant de la formule « sandwich-boisson » à 5 € au « repas tout compris » à 23 €. Le graphique ci-dessous représente le nombre de repas vendus en avril 2008 en fonction de leur prix de vente.

MOIS D'AVRIL



1. On complète le tableau des effectifs :

Prix en euros	5	8	10	12	18	23
Nombre de repas vendus	40	30	20	50	20	35

2. Le chiffre d'affaires réalisé par le traiteur au mois d'avril 2008 pour la vente de ces repas est :
$5 \times 40 + 8 \times 30 + 10 \times 20 + 12 \times 50 + 18 \times 20 + 23 \times 35 = 2\,405$ €.

3. Le nombre total de repas vendus au cours de ce mois est $40 + 30 + 20 + 50 + 20 + 35 = 195$.
Le prix moyen d'un repas vendu est donc $\dfrac{2\,405}{195} \approx 12{,}33$ €.

4. Au hasard, on choisit un repas vendu en avril 2008.
On considère les évènements :
A : « le prix de vente de ce repas est de 15 € »
B : « le prix de vente de ce repas est d'au moins 10 € »
C : « le prix de vente de ce repas n'atteint pas le prix moyen du mois ».
On donnera les résultats demandés dans cette question sous la forme d'une fraction irréductible.

a.
- Il n'y a pas de repas dont le prix de vente est 15 € donc la probabilité de l'évènement A est égale à 0.
- Si le prix de vente est au moins de 10 €, il peut être de 10 €, de 12 €, de 18 € ou de 23 € ; cela fait un total de $20 + 50 + 20 + 35 = 125$.
La probabilité de l'évènement B est donc $\dfrac{125}{195} = \dfrac{25}{39}$.
- Le prix moyen est de 12,33 € donc les prix qui n'atteignent pas cette somme sont 5 €, 8 €, 10 € et 12 € ; cela fait un total de $40 + 30 + 20 + 50 = 1400$.
La probabilité de l'évènement C est donc $\dfrac{140}{195} = \dfrac{28}{39}$.

b. • L'évènement $\overline{B}$ est l'évènement contraire de l'évènement B et correspond à « Le prix du repas est inférieur à 10 € ». La probabilité de $\overline{B}$ est $1 - \dfrac{25}{39} = \dfrac{14}{39}$.

• L'évènement $B \cap C$ est l'évènement « Le prix de vente du repas est d'au moins 10 € **et** le prix de vente de ce repas n'atteint pas le prix moyen du mois ». Il faut donc un prix de repas supérieur ou égal à 10 € et inférieur à 12,33 € c'est-à-dire de 10 € ou 12 €, soit un total de $20 + 50 = 70$ repas. La probabilité de $B \cap C$ est donc $\dfrac{70}{195} = \dfrac{14}{39}$.

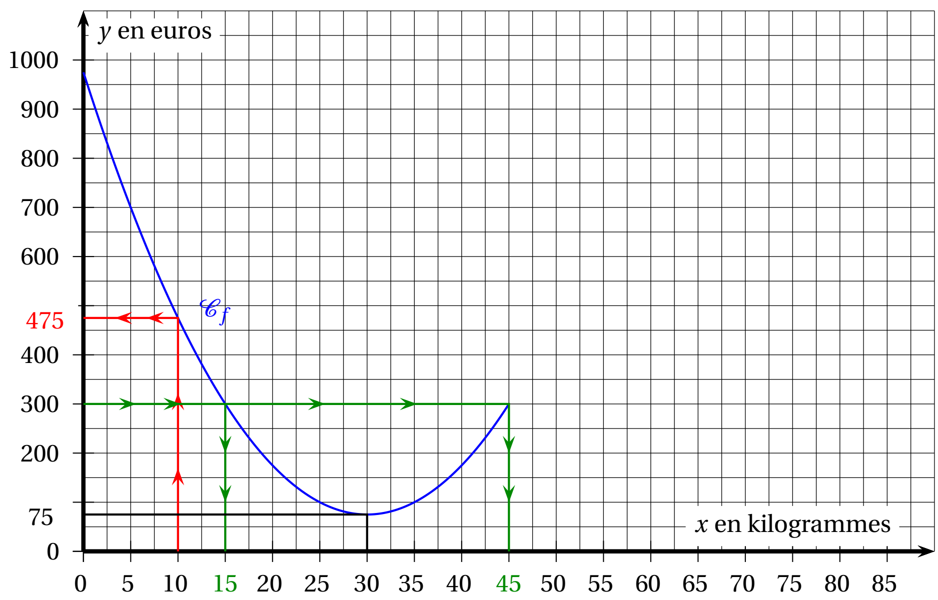
5. On choisit un repas vendu en avril 2008 dont le montant est inférieur ou égal à 18 € ; cela fait un total de $195 - 35 = 160$ repas.
Soit l'évènement D : « Le repas ne fait pas partie des formules « sandwich-boisson ». Cela fait un total de $160 - 40 = 120$ repas.
La probabilité de l'évènement D est donc $\dfrac{120}{160} = 0{,}75$.

Exercice 2 — 12 points

Dans le Périgord, un producteur de truffes noires cultive, ramasse et conditionne de 0 à 45 kilogrammes de ce produit par semaine durant la période de production de la truffe.

Partie A

On désigne par x le nombre de kilogrammes de truffes traités chaque semaine et par $f(x)$ le coût unitaire de revient en euros.
La fonction f est définie sur l'intervalle $]0\,;\,45]$ et sa courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est la suivante :



1. Le coût unitaire de revient lorsque l'entreprise conditionne 10 kilogrammes de truffes est de 475 €.
2. Si le coût unitaire de revient est 300 €, le nombre de kilogrammes traités est de 15 ou de 45.
3. Le nombre de kilogrammes à conditionner pour que le coût unitaire de revient soit minimal est 30 ; le coût est alors de 75 €.

Partie B

Chaque kilogramme de truffes conditionné est vendu 450 €.
On admet que la fonction f est définie sur $]0\,;\,45]$ par : $f(x) = x^2 - 60x + 975$.

1. Le coût de production par kg est $f(x)$ et si le producteur traite x kg, cela donne un coût total de $C(x) = x \times f(x) = x\left(x^2 - 60x + 975\right) = x^3 - 60x^2 + 975x$.
2. Chaque kilogramme de truffe est vendu 450 € donc la vente de x kg rapporte en euros $450x$.
   Le bénéfice est le prix de vente diminué du coût de production donc
   $B(x) = 450x - \left(x^3 - 60x^2 + 975x\right) = 450x - x^3 + 60x^2 - 975x = -x^3 + 60x^2 - 525x$.
3. La fonction dérivée B' est définie par $B'(x) = -3 \times x^2 + 60 \times 2x - 525 = -3x^2 + 120x - 525$.
   On développe $(-3x+15)(x-35) = -3x^2 + 15x + 105x - 525 = -3x^2 + 120x - 525 = B'(x)$.
4. $B'(x) = (-3x+15)(x-35)$; $-3x+15 > 0 \iff 15 > 3x \iff 5 > x \iff x < 5$ et $x - 35 > 0 \iff x > 35$
   On établit un tableau de signes pour déterminer le signe de $B'(x)$:

x	0		5		35		45
$-3x+15$		+	0	−	|	−	
$x-35$		−	|	−	0	+	
$B'(x) = (-3x+15)(x-35)$		−	0	+	0	−	

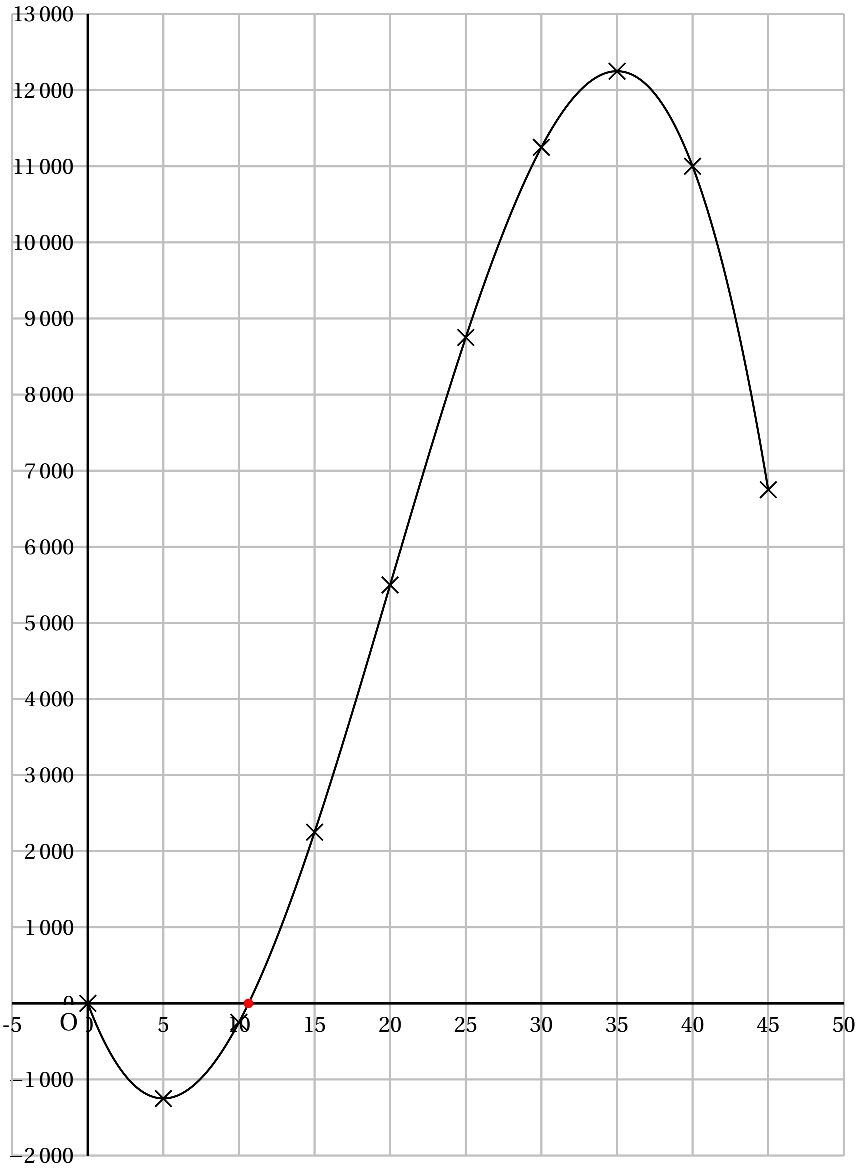
   $B(0) = 0$; $B(5) = -1\,250$; $B(35) = 12\,250$; $B(45) = 6\,750$
   On déduit le tableau de variations de la fonction B :

x	0		5		35		45
$B'(x)$		−	0	+	0	−	
$B(x)$	0	↘	$-1\,250$	↗	$12\,250$	↘	$6\,750$

5. On complète le tableau de valeurs suivant :

x	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
$B(x)$	0	$-1\,250$	-250	$2\,250$	$5\,500$	$8\,750$	$11\,250$	$12\,250$	$11\,000$	$6\,750$

6. On représente la fonction B dans un repère orthogonal (O ; I ; J) (unités : 1 cm pour 5 kg en abscisse et 1 cm pour 1 000 € en ordonnée) (voir graphique).
7. À l'aide du graphique, on peut dire que la production de truffes est bénéficiaire quand la courbe représentant la fonction B est au dessus de l'axe des abscisses, c'est-à-dire pour plus de 10 kg.
8. D'après le tableau de variations de la fonction B, le bénéfice maximum est obtenu pour 35 kg de truffes ; ce bénéfice est alors de 12 250 €.


13 000
12 000
11 000
10 000
9 000
8 000
7 000
6 000
5 000
4 000
3 000
2 000
1 000
0
−1 000
−2 000
-5
O
0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50