∽ Corrigé du baccalauréat de technicien hôtellerie ∽ Polynésie – juin 2007

EXERCICE 1 — 8 points

Explications du QCM de la page 3

- Ajouter 1,5 %, c'est multiplier par $1+\dfrac{1,4}{100}=1,015$.
  De 2003 à 2008, il y a 5 ans ; ajouter 1,5 % par an pendant 5 ans, c'est multiplier par $1,015^5$.
  Or $5\,200\times 1,015^5\approx 5601,88$; **réponse B.**
- Le plus simple est de procéder par élimination.
  Entre le 1^er^ janvier 2004 et le 1^er^ janvier 2009, il y a 5 ans ; $5\times 14\,400=72\,000$ donc on peut éliminer les réponses B et D qui sont trop éloignées de cette somme.
  On ajoute chaque année 150 € donc le salaire annuel se termine toujours par un 0, donc la somme des 5 salaires également ; on peut éliminer la réponse A.
  La bonne réponse est la **réponse C.**
- Si deux événements A et B sont incompatibles, cela veut dire, par définition, que $p(A\cap B)=0$.
  Réponse D.
- D'après le tableau de variations de f : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$; **réponse A.**
- De même : $f'(2)=0$; **réponse C.**
- Si $F(x)=\dfrac{5}{3}x^3-\dfrac{3}{2}x^2+x+1$, alors $F'(x)=\dfrac{5}{3}\times 3x^2-\dfrac{3}{2}\times 2x+1=5x^2-3x+1=f(x)$; **réponse B.**
- $\ln(2x+3)=0 \iff \ln(2x+3)=\ln 1 \iff 2x+3=1 \iff 2x=-2 \iff x=-1$; **réponse A.**
- $\left(\mathrm{e}^{u(x)}\right)'=U'(x)\,\mathrm{e}^{u(x)}$ donc $f'(x)=2\,\mathrm{e}^{2x+1}$; **réponse D.**

EXERCICE 2 — 12 points

Partie A

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du chiffre d'affaires de cette centrale de réservation en milliers d'euros entre 2001 et 2005.

Année	2001	2002	2003	2004	2005
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5
Chiffre d'affaires y_i	125	138	165	200	250

Source : l'Observatoire du Comité Départemental du Tourisme du Jura.

1. On calcule le pourcentage par la formule : $\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}\times 100$.
   Le pourcentage d'augmentation entre 2001 et 2002 est $\dfrac{138-125}{125}\times 100=10,4\,\%$.
   Le pourcentage d'augmentation entre 2002 et 2003 est $\dfrac{165-138}{138}\times 100\approx 19,6\,\%$.
   Le pourcentage d'augmentation entre 2003 et 2004 est $\dfrac{200-165}{165}\times 100\approx 21,2\,\%$.
   Le pourcentage d'augmentation entre 2004 et 2005 est $\dfrac{250-200}{200}\times 100=25\,\%$.
   On représente cette série dans un repère orthogonal par un nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$. On obtient le nuage donné en annexe 2. page 4

2. On pose $z_i = \ln y_i$.

On complète le tableau suivant en arrondissant les résultats à 10^{-2} près :

Année	2001	2002	2003	2004	2005
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5
$z_i = \ln y_i$	4,83	4,93	5,11	5,3	5,52

3. On représente le nuage de points $N_i\,(x_i\ ;\ z_i)$ dans un repère orthogonal; voir page 5.

4. On admet que la droite $\mathscr{D}$ d'équation $z = 0{,}179x + 4{,}613$ constitue un bon ajustement affine du nuage de points N_i.

Si $x = 0$, $z = 4{,}613$ et si $x = 7$, $z = 5{,}866$. On place ces points pour tracer la droite $\mathscr{D}$ (voir page 5).

5. Le responsable de la centrale de réservation Loisirs Accueil Jura pense que la tendance décrite par la droite D se confirmera dans les années à venir.

Le chiffre d'affaires prévisible en 2007 est déterminé en prenant $x = 7$; on trouve alors $z = 5{,}866$ ce qui signifie $\ln y = 5{,}866$ donc $y = \text{e}^{5{,}866} \approx 352{,}8$.

Le chiffre d'affaires prévisible pour 2007 est donc d'environ 353 milliers d'euros.

Partie B

Le but de cette partie est d'étudier la fonction $f\ :\ x \longmapsto 100\,\text{e}^{0{,}18x}$ sur l'intervalle $[0\ ;\ 8]$.

1. On sait que $\left(\text{e}^{u(x)}\right)' = u'(x)\,\text{e}^{u(x)}$ donc $f'(x) = 100 \times 0{,}18\,\text{e}^{0{,}18x} = 18\,\text{e}^{0{,}18x}$.

Quel que soit le réel x, on sait que $\text{e}^{x} > 0$ donc $f'(x) > 0$ quel que soit x de $[0\ ;\ 8]$.

2. $f(0) = 100\,\text{e}^{0} = 100$ et $f(8) = 100\,\text{e}^{0{,}18\times 8} \approx 422{,}1$

On dresse le tableau de variations de f sur $[0\ ;\ 8]$:

x	0		8
$f'(x)$		+	
$f(x)$	100	$\nearrow$	$\approx 422{,}1$

3. On complète le tableau de valeurs suivant en arrondissant les valeurs à 10^{-1} près.

x	0	1	2	4	6	8
$f(x)$	100	119,7	143,3	205,4	294,5	422,1

4. On trace sur l'annexe 2 page 4 la courbe représentative de f sur $[0\ ;\ 8]$.

5. L'année 2007 correspond au rang $x = 7$ donc le chiffre d'affaires en 2007 est donné par $f(7) \approx 352{,}54$.

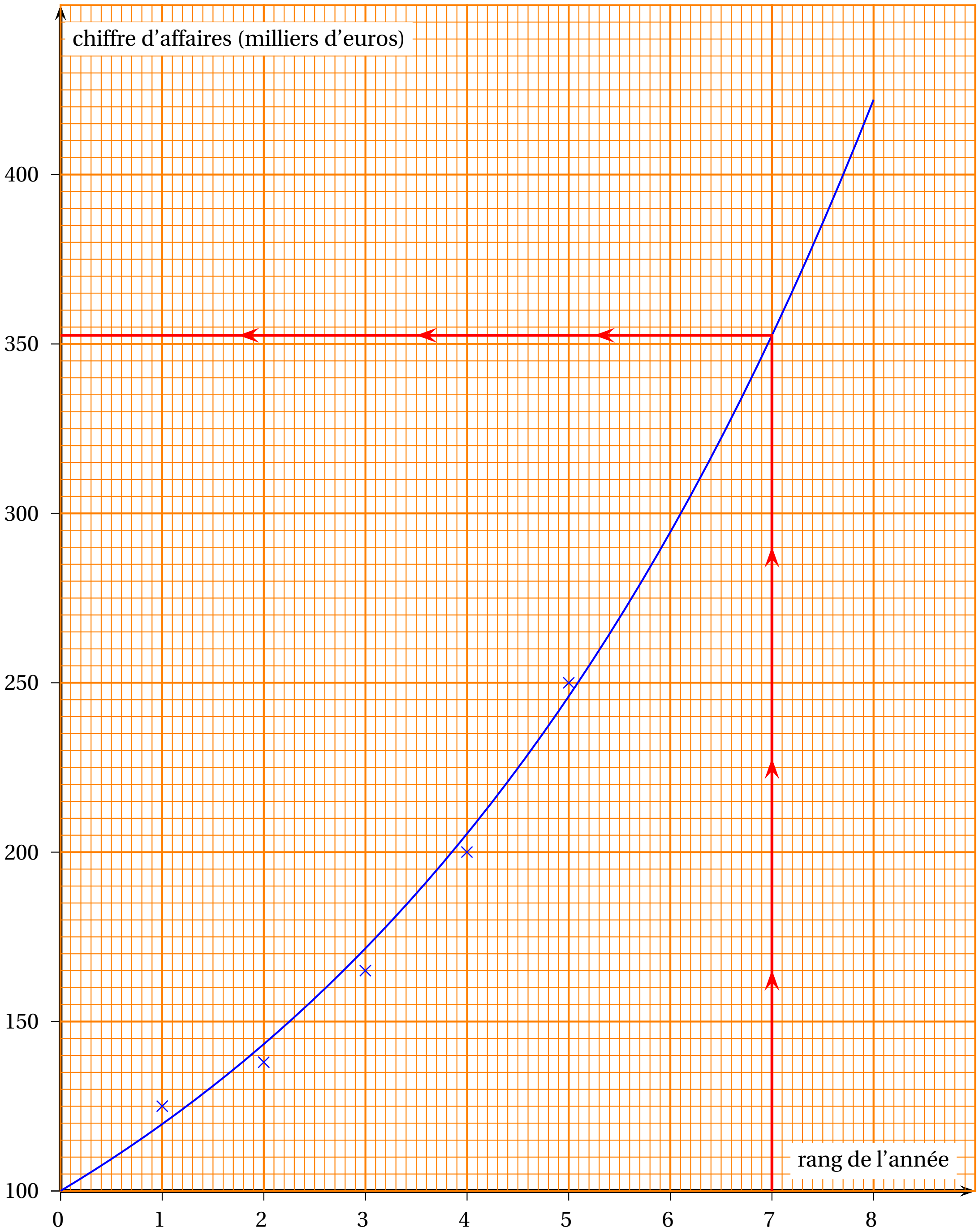
Le chiffre d'affaire prévisible pour 2007 est de 353 milliers d'euros.

Annexe 1

QCM

<table>
<tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr>
<tr><td>Un restaurateur sert 5 200 couverts lors de l'année 2003, il estime que ce nombre va progresser de 1,5 % tous les ans. Le nombre de couverts prévisible pour l'année 2008 sera donc (à l'unité près) :</td><td>10 459</td><td>$\boxed{5\,602}$</td><td>5 590</td><td>4 822</td></tr>
<tr><td>Un employé de restauration est embauché au 1er janvier 2004 avec un salaire annuel de 14 400 €. Chaque année, son salaire annuel augmente de 150 € au 1er janvier. La somme de tous les salaires perçus entre le 1er janvier 2004 et le 1er janvier 2009 s'élève donc à</td><td>73 875 €</td><td>2 160 000 €</td><td>$\boxed{73\,500\text{ €}}$</td><td>15 150 €</td></tr>
<tr><td>Soient A et B deux évènements incompatibles avec $p(A) = 0,25$ et $p(B) = 0,6$ alors :</td><td>$p(A \cup B) = 0,35$</td><td>$p(A \cup B) = 0,75$</td><td>$p(A \cap B) = 1$</td><td>$\boxed{p(A \cap B) = 0}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">On donne le tableau de variations de la fonction f :
$\begin{array}{c|ccccc} x & 0 & & 2 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & 1 & \searrow & -1 & \nearrow & 2 \end{array}$</td><td>$\boxed{\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2}$</td><td>$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$</td><td>$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$</td><td>$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -3$</td></tr>
<tr><td>f est strictement croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$</td><td>f est strictement décroissante $[2\ ;\ +\infty[$</td><td>$\boxed{f'(2) = 0}$</td><td>$f(x) = 0$</td></tr>
<tr><td>Une primitive de la fonction f définie par $f(x) = 5x^2 - 3x + 1$ est</td><td>$F(x) = \frac{5}{3}x^3 - \frac{3}{2}x + 1$</td><td>$\boxed{F(x) = \frac{5}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + x + 1}$</td><td>$F(x) = \frac{5}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 6x$</td><td>$F(x) = 5x^3 - x^2 + x$</td></tr>
<tr><td>La solution de l'équation $\ln(2x + 3) = 0$ est :</td><td>$\boxed{x = -1}$</td><td>$x = \dfrac{\text{e} - 3}{2}$</td><td>$x = -\dfrac{3}{2}$</td><td>$x = -2$</td></tr>
<tr><td>La dérivée de la fonction f définie par $f(x) = \text{e}^{2x+1}$ est :</td><td>$f'(x) = \text{e}^2$</td><td>$f'(x) = \dfrac{1}{2}\text{e}^{2x+1}$</td><td>$f'(x) = (2x + 1)\text{e}^{2x+1}$</td><td>$\boxed{f'(x) = 2\text{e}^{2x+1}}$</td></tr>
</table>

Annexe 2


chiffre d'affaires (milliers d'euros)
400
350
300
250
200
150
100
rang de l'année
0
1
2
3
4
5
6
7
8

Exercice 2 – partie A