

∞ Corrigé du BTS Métropole ∞
Mai 2026 – Comptabilité et gestion

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES 2 heures

Exercice 1**9 points****Partie A**

Le tableau suivant indique le nombre (en milliers) de véhicules électriques en circulation en France entre 2020 et 2024.

	A	B	C	D	E	F
1	Année	2020	2021	2022	2023	2024
2	Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4
3	Nombre (en milliers) de véhicules électriques en circulation : y_i	297	469	690	1 020	1 336

(source : www.avere-france.org)

- À la calculatrice, on trouve pour équation de la droite d'ajustement de y en x , sous la forme $y = ax + b$, selon la méthode des moindres carrés : $y = 262,9x + 236,6$.
- On décide d'ajuster le nuage de points de cette série statistique $(x_i; y_i)$ par la droite d'équation $y = 263x + 237$. Selon ce modèle :

- L'année 2028 correspond au rang 8. Pour $x = 8$, on a : $y = 263 \times 8 + 237 = 2381$.

On peut donc estimer à 2 381 000 le nombre de véhicules électriques en 2028.

- Estimer l'année à partir de laquelle le nombre de véhicules électriques dépassera pour la première fois 3 000 milliers revient à chercher x pour que $y > 3000$. On résout cette inéquation.

$$y > 3000 \iff 263x + 237 > 3000 \iff 263x > 2763 \iff x > \frac{2763}{263}$$

Or $\frac{2763}{263} \approx 10,5$ donc le rang cherché est 11, qui correspond à l'année 2031.

Partie B

Le tableau ci-dessous donne le nombre (en milliers) de voitures fonctionnant à l'essence immatriculées chaque année en France entre 2020 et 2024.

Année	2020	2021	2022	2023	2024
Nombre de voitures essence (en milliers)	803	701	611	673	530

(source : developpement-durable.gouv.fr)

- Entre 2020 et 2024, le nombre de voitures fonctionnant à l'essence est passé de 803 à 530, ce qui fait une baisse de $803 - 530 = 273$.

Cela fait donc un pourcentage de baisse de $\frac{273}{803} \times 100 \approx 33,998$ soit environ 34 %.

- b.** Le coefficient multiplicateur entre 2020 et 2024 est $\frac{530}{803}$; cela correspond à 4 années.

Le coefficient multiplicateur moyen entre 2020 et 2024 est donc de $\left(\frac{530}{803}\right)^{\frac{1}{4}}$ qui correspond à un taux de $\left(1 - \left(\frac{530}{803}\right)^{\frac{1}{4}}\right) \times 100$ soit environ 9,87 %.

- 2.** On modélise la situation par une suite (u_n) où u_n est le nombre (en milliers) de ces voitures l'année $(2024 + n)$. On a ainsi : $u_0 = 530$.

On estime qu'à partir de 2024, chaque année, le nombre de ces voitures diminue de 10 %.

a. $u_1 = u_0 - u_0 \times \frac{10}{100} = 530 - 530 \times \frac{10}{100} = 530 - 53 = 477$.

b. Diminuer de 10 %, c'est multiplier par $\left(1 - \frac{10}{100}\right) = 0,9$.

Donc la suite (u_n) est géométrique de raison $q = 0,9$ et de premier terme $u_0 = 530$.

c. Pour tout entier naturel n , on a donc : $u_n = u_0 \times q^n = 530 \times 0,9^n$.

d. L'année 2030 correspond à $n = 6$, et $u_6 = 530 \times 0,9^6 \approx 281,66$.

D'après ce modèle, on peut donc estimer à 282 000 le nombre de ces voitures en 2030.

- 3.** On considère l'algorithme ci-dessous.

Ligne 1	$N \leftarrow 0$
Ligne 2	$U \leftarrow 530$
Ligne 3	Tant que ...
Ligne 4	$N \leftarrow N + 1$
Ligne 5	$U \leftarrow \dots$
Ligne 6	Fin Tant que
Ligne 7	$N \leftarrow 2024 + N$

Deux lignes (ligne 3 et ligne 5) de cet algorithme n'ont pas été renseignées.

On veut que, après exécution de cet algorithme, la variable N contienne l'année à partir de laquelle le nombre de ces voitures sera pour la première fois strictement inférieur à 100 milliers selon ce modèle.

a. On doit écrire en ligne 3 : Tant que $U \geq 100$.

b. On doit écrire en ligne 5 : $U \leftarrow 0,9 * U$.

c. En utilisant la calculatrice, on trouve : $u_{15} \approx 109,12$ et $u_{16} \approx 98,21$.

Pour $n = 16$, on a $2024 + 16 = 2040$; c'est donc en 2040 que, pour la première fois, le nombre de ces voitures sera strictement inférieur à 100 milliers.

Exercice 2**11 points****Partie A**

On s'intéresse à une usine automobile qui assemble et vend deux types de véhicules : des voitures et des véhicules utilitaires.

Parmi tous ces véhicules, 18 % possèdent un moteur électrique, 38 % disposent d'un moteur thermique (essence ou diesel) et les autres ont un moteur hybride.

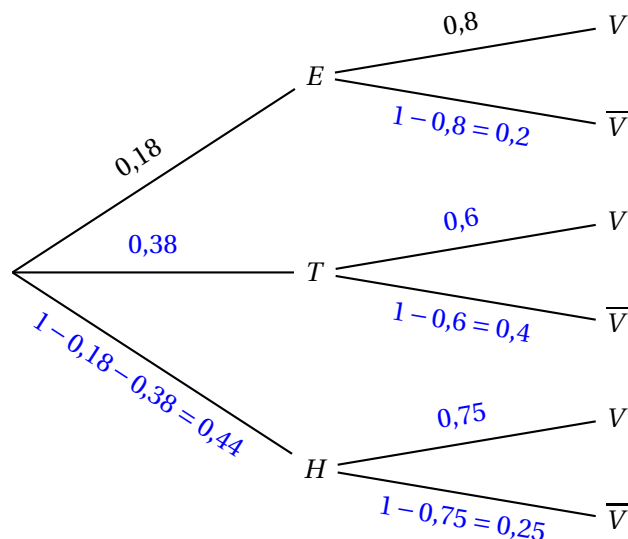
On sait, de plus, que les voitures représentent 80 % des véhicules électriques, 60 % des véhicules thermiques et 75 % des véhicules hybrides. Les autres véhicules sont des véhicules utilitaires.

On choisit au hasard un véhicule dans la production de cette usine. Tous les véhicules ont la même probabilité d'être choisis.

On considère les événements suivants :

- E : « le véhicule est électrique »
- T : « le véhicule est thermique »
- H : « le véhicule est hybride »
- V : « le véhicule est une voiture »

1. On complète l'arbre de probabilités ci-dessous.



2. a. $P(E \cap V) = P(E) \times P_E(V) = 0,18 \times 0,8 = 0,144$
 b. Cela veut dire que la probabilité que le véhicule choisi au hasard soit une voiture électrique est de 0,144.

3. $\{E, T, H\}$ forme une partition, donc d'après la formule des probabilités totales :

$$P(V) = P(E \cap V) + P(H \cap V) + P(T \cap V) = 0,144 + 0,38 \times 0,6 + 0,44 \times 0,75 \\ = 0,144 + 0,228 + 0,33 = 0,702$$

4. On suppose que le véhicule choisi est une voiture.

La probabilité que cette voiture soit électrique est : $P_V(E) = \frac{P(E \cap V)}{P(V)} = \frac{0,144}{0,702} \approx 0,205$.

Partie B

On prélève au hasard 100 véhicules de cette usine automobile.

On suppose que le nombre de véhicules assemblés est assez grand pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.

On rappelle que $P(E) = 0,18$.

On considère la variable aléatoire X qui, à chaque prélèvement de 100 véhicules, associe le nombre de véhicules électriques.

1. L'épreuve élémentaire consiste à prélever un véhicule; deux possibilités : le véhicule est électrique, avec une probabilité $p = 0,18$, ou le véhicule n'est pas électrique, avec une probabilité $1 - p = 0,82$.

On effectue cette expérience 100 fois et on suppose que le nombre de véhicules assemblés est assez grand pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.

Donc la variable aléatoire X qui, sur un prélèvement de 100 véhicules, donne le nombre de véhicules électriques suit la loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,18$.

2. a. $P(X = 20) = \binom{100}{20} \times 0,18^{20} \times (1 - 0,18)^{100-20} \approx 0,087$
 b. La probabilité que, sur un prélèvement de 100 véhicules, il y ait exactement 20 véhicules électriques est de 0,087.

3. À la calculatrice, on trouve : $P(X \leq 10) \approx 0,020$.

4. La probabilité que, dans un tel prélèvement, au moins 16 véhicules soient électriques est $P(X \geq 16)$.

L'évènement contraire de $(X \geq 16)$ est $(X < 16)$ soit $(X \leq 15)$.

$P(X \leq 15) \approx 0,263$ donc $P(X \geq 16) = 1 - P(X \leq 15) \approx 0,737$.

5. Le nombre moyen de véhicules électriques dans un tel prélèvement de 100 véhicules est donné par l'espérance mathématique de la variable aléatoire X , c'est-à-dire :

$$E(X) = np = 100 \times 0,18 = 18.$$

Partie C

Pour l'achat de sa future voiture électrique, un client contracte un prêt de 20 000 €.

1. Ce prêt de 20 000 € représente 80 % du prix total de la voiture.

$$20\,000 \times \frac{100}{80} = 25\,000 \text{ donc cette voiture coûte } 25\,000 \text{ €}.$$

2. Ce prêt de 20 000 € est remboursable en 60 mensualités constantes au taux mensuel de 0,4 %.

On rappelle que, si V_0 désigne le capital emprunté, t désigne le taux mensuel de l'emprunt et n désigne le nombre de mensualités, alors le montant d'une mensualité constante

$$m \text{ est donné par } m = V_0 \times \frac{t}{1 - (1 + t)^{-n}}.$$

- a. On a : $V_0 = 20\,000$, $t = \frac{0,4}{100} = 0,004$ et $n = 60$.

$$\text{Donc la mensualité en euros est : } m = 20\,000 \times \frac{0,004}{1 - (1 + 0,004)^{-60}} \approx 375,59.$$

b. $375,59 \times 60 = 22\,535,40$ donc la somme totale remboursée dans le cadre de ce prêt est de 22 535,40 €.

c. $22\,535,40 - 20\,000 = 2\,535,40$ donc le coût de cet emprunt est de 2 535,40 €.

3. On a construit une partie du tableau d'amortissement du prêt contracté par ce client :

	A	B	C	D	E
1	Emprunt	Taux mensuel	Mensualité		
2	20 000 €	0,40 %	375,59 €		
3					
4	Mois	Capital restant dû en début de mois	Intérêts mensuels	Mensualités constantes	Amortissement
5	1	20 000 €	80,00 €	375,59 €	295,59 €
6	2	19 704,41 €	78,82 €	375,59 €	296,78 €

a. En C5, on trouve le montant des intérêts à payer chaque mois. Ces intérêts se calculent sur le montant encore dû au début du mois et leur taux est de 0.4 %.

Il faut donc mettre dans C5 la formule : $= B5 * 0.004$

b. En E5, on trouve l'amortissement, c'est-à-dire le montant de capital que l'on paye chaque mois. C'est la différence entre le montant de la mensualité et le montant des intérêts payés.

Il faut donc mettre dans E5 la formule : $= D5 - C5$