Corrigé du baccalauréat SMS Nouvelle-Calédonie décembre 2007

EXERCICE **10 points**

Première partie

1. Le pourcentage de filles est égal à $\dfrac{58,5}{103,5} \times 100 \approx 57\,\%$.
2. Le pourcentage d'enfants vivant en Afrique subsaharienne parmi les enfants non scolarisés dans le monde en 2001 est égal à $\dfrac{40,3}{103,5} \times 100 \approx 39\,\%$.
3. Le pourcentage de diminution du nombre d'enfants non scolarisés entre 1998 et 2001 est égal à $\dfrac{106,9-103,5}{106,9} \times 100 = \dfrac{3,4}{103,5} \times 100 \approx 3,3\,\%$.

Deuxième partie

1. **a.** Ob a $p(A) = \dfrac{58,5}{103,5} \approx 0,565$.

   b. $\overline{B}$ désigne l'évènement « l'enfant ne vit pas dans un pays en voie de développement ».
   Ob a $p(B) = \dfrac{99,1}{103,5}$, donc $p\left(\overline{B}\right) = 1 - \dfrac{99,1}{103,5} = \dfrac{103,5-99,1}{103,5} = \dfrac{4,4}{103,5} \approx 0,043$.

   c. $A \cap B$ désigne l'évènement « l'enfant est une fille qui vit dans un pays en voie de développement ».
   Donc $p(A \cap B) = \dfrac{56,4}{103,5} \approx 0,545$.
2. Parmi les 58,1 millions de filles, 1,4 million vit dans un pays développé; la probabilité est donc égale à $\dfrac{1,4}{58,1} \approx 0,024$.

Problème **10 points**

Partie A : étude d'une fonction

$$f(t) = 0,01t\mathrm{e}^{5-0,6t}.$$

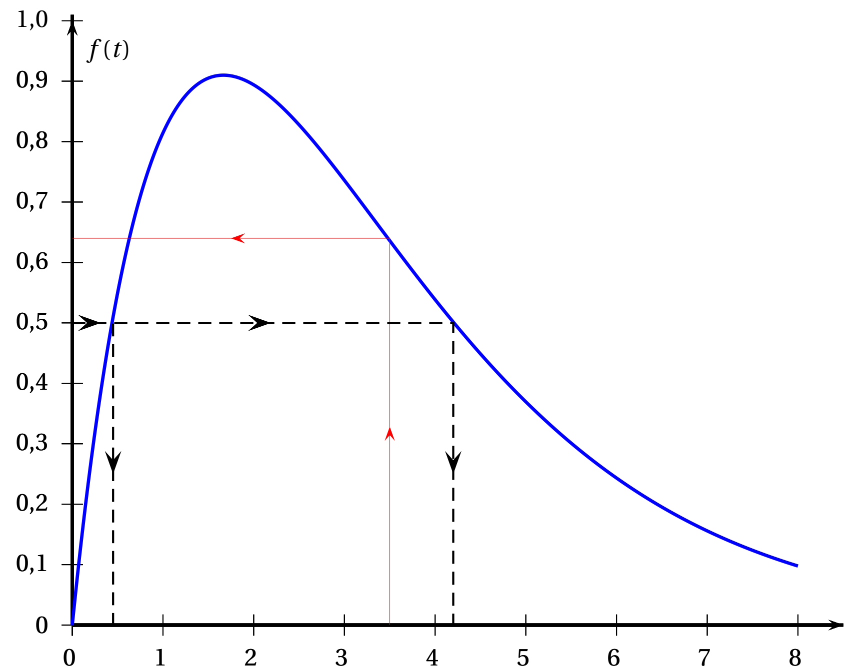
1. On dérive le produit :
   $f'(t) = 0,01\mathrm{e}^{5-0,6t} + 0,01t \times (-0,6)\mathrm{e}^{5-0,6t} = \mathrm{e}^{5-0,6t}(0,01-0,006t) = (0,01-0,006t)\mathrm{e}^{5-0,6t}$.
2. On sait que, quel que soit le réel t, $\mathrm{e}^{5-0,6t} > 0$, donc le signe de $f'(t)$ est celui de $0,01-0,006t$.
   •$0,01-0,006t > 0$ ou $10-6t > 0$ ou $10 > 6t$ ou $t < \dfrac{5}{3}$;
   •$0,01-0,006t < 0$ ou $10-6t < 0$ ou $10 < 6t$ ou $t > \dfrac{5}{3}$;
   •$0,01-0,006t = 0$ ou $10-6t = 0$ ou $10 = 6t$ ou $t = \dfrac{5}{3}$.
   La dérivée est donc positive sur $\left[0\,;\,\dfrac{5}{3}\right]$, négative sur $\left[\dfrac{5}{3}\,;7\right]$.
3. La fonction f est donc croissante sur $\left[0\,;\,\dfrac{5}{3}\right]$, puis décroissante sur $\left[\dfrac{5}{3}\,;7\right]$. D'où le tableau de variations suivant avec :
   $f(0) = 0$; $\left(\frac{5}{3}\right) = 0,01 \times \frac{5}{3}\mathrm{e}^{5-0,6\times\frac{5}{3}} = \frac{5}{300}\mathrm{e}^{5-1} = \frac{5}{300}\mathrm{e}^{4} \approx 0,91$.
   $f(7) = 0,01 \times 7\mathrm{e}^{5-0,6\times 7} = 0,07\mathrm{e}^{0,8} \approx 0,156$.

t	0		$\frac{5}{3}$		7
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	0	$\nearrow$	$\approx 0,91$	$\searrow$	$\approx 0,156$

4. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (les résultats seront arrondis à 10^{-2} près).

t	0	0,5	1	$\frac{5}{3}$	2	3	4	5	6	7
$f(t)$	0	0,55	0,81	0,91	0,89	0,74	0,54	0,37	0,24	0,16

5.



Partie B Application

$$f(t) = 0,01te^{5-0,6t} \quad \text{lorsque } t \text{ varie de 0 à 7 heures.}$$

1. a. On a vu à la partie A Ue la maximum de la fonction f est $f\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{5}{300}\mathrm{e}^4 \approx 0,91$.
Le maximum est donc obtenu pour $t = \frac{5}{3} = \frac{50}{30} = \frac{100}{60}$ soit au bout de 1 h 40 min.

b. L'alcoolémie est alors à peu près 0,91 g.L^{-1}.

2. a. L'alcoolémie au bout de 3 h 30 est égale à $f(3,5) = 0,01 \times 3,5\mathrm{e}^{5-0,6\times3,5} = 0,035\mathrm{e}^{2,9} \approx 0,64$. (trait rouge)

b. On part du point de coordonnées (0 ; 0,5) ; l'horizontale contenant ce point coupe la courbe en deux points d'abscisses approximatives 0,45 h soit 27 min et 4,2 h soit 4 h 12 min.
L'alcoolémie est supérieure ou égale à 0,5 g.L^{-1} pendant 4 h 12 min − 27 min soit 3 h 45 min.