

Corrigé du baccalauréat Asie ES juin 2008

Exercice 1

5 points

Commun à tous les candidats

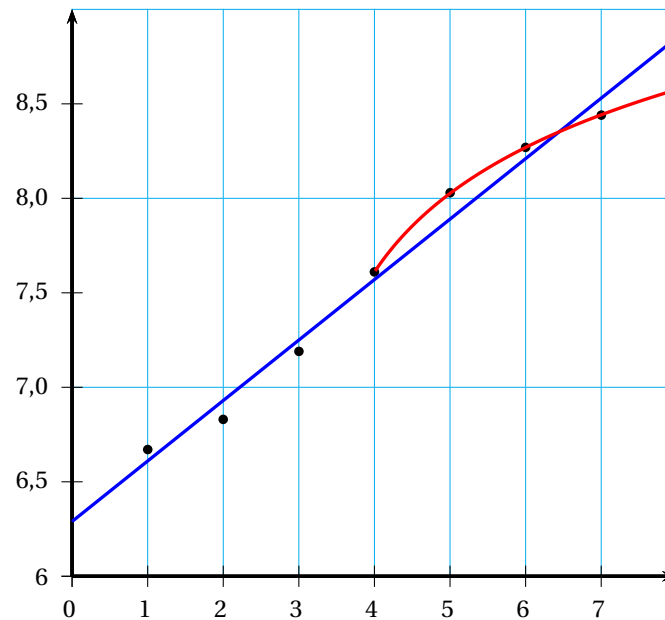
1. On doit avoir $(1 - 0,25) \times (1 + t) = 1 \iff 1 + t = \frac{1}{0,75} \iff t = \frac{1}{0,75} - 1 = \frac{0,25}{0,75} = \frac{1}{3} = 0,333\dots$ soit une augmentation de 33 % à l'unité près.
2. Si cette augmentation a été de $t\%$, on doit avoir :
 $1 + t = 1,07 \times 0,05 \times 0,06 \iff (1 + t)^3 = 1,19091$ soit environ 19 % à l'unité près
3. 34 élèves sur 66 : la probabilité d'appartenir à la TE1 est donc égale à $\frac{34}{66} = \frac{17}{33}$.
4. Il y a 16 élèves matheux plus (16 + 12) élèves de TE1 non matheux soit en tout 44 élèves sur 66 : la probabilité est donc égale à $\frac{44}{66} = \frac{22}{33} = \frac{2}{3}$
5. Sur les 34 élèves de TE1 6 font la spécialité math. : la probabilité est donc égale à $\frac{6}{34} = \frac{3}{17}$.

Exercice 2

5 points

Commun à tous les candidats

1. $u(x) = \frac{10-x}{x} = \frac{10}{x} - 1$.
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{10}{x} = +\infty$, donc $\lim_{x \rightarrow 0} u(x) = +\infty$.
On a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10}{x} = 0$, donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = -1$.
2. Comme $x \neq 0$, $u(x)$ est dérivable et sur $]0; +\infty[$, $u'(x) = -\frac{10}{x^2}$.
Comme $x^2 > 0$, $u'(x) < 0$ et la fonction u est décroissante sur $]0; +\infty[$ de plus l'infini à -1 .
$$f(x) = e^{u(x)}$$
3. On a $\lim_{x \rightarrow +0} u(x) = +\infty$ et $\lim_{X \rightarrow +\infty} e^X = +\infty$, d'où par composition des limites : $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = +\infty$.
On a $\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = -1$, donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{u(x)} = e^{-1}$.
4. Sur $]0; +\infty[$, la fonction u est décroissante et la fonction exponentielle est croissante, donc par composition la fonction f est décroissante de plus l'infini à $e^{-1} = \frac{1}{e}$.
5. $f(x) = 1 \iff e^{u(x)} = 1 \iff e^{\frac{10-x}{x}} = 1 \iff \frac{10-x}{x} = 0 \iff 10 - x = 0 \iff 10 = x$.
L'équation a une solution unique 10.
6. $f(x) = -x \iff f(x) + x = 0$. On a d'une part $f(x) = e^{u(x)} > 0$ (exponentielle) et d'autre part $x > 0$, donc par somme $f(x) + x > 0$: l'équation n'a pas de solution dans $]0; +\infty[$.

Exercice 3**5 points****Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité****1.**

2. La calculatrice donne avec des coefficients arrondis au centième : $y = 0,32x + 6,29$.

3. a et b sont solutions du système :

$$\begin{cases} 7,61 = a \ln 1 + b \\ 8,44 = a \ln 4 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7,61 = b \\ 8,44 = a \ln 4 + 7,61 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7,61 = b \\ 0,83 = a \ln 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7,61 = b \\ \frac{0,83}{\ln 4} = a \end{cases}$$

On a $a = \frac{0,83}{\ln 4} \approx 0,598$, donc $a \approx 0,60$. Voir la courbe \mathcal{C} ci-dessus.

4. Avec le modèle linéaire : 2009 correspond au rang $x = 9$, ce qui donne $y = 0,32 \times 9 + 6,29 = 9,17$ € par heure.

Avec le modèle logarithmique : $y = 0,6 \ln(9 - 3) + 7,61 \approx 8,69$ € par heure.

C'est le modèle linéaire qui est le plus favorable à Arthur.

Exercice 3**5 points****Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité**

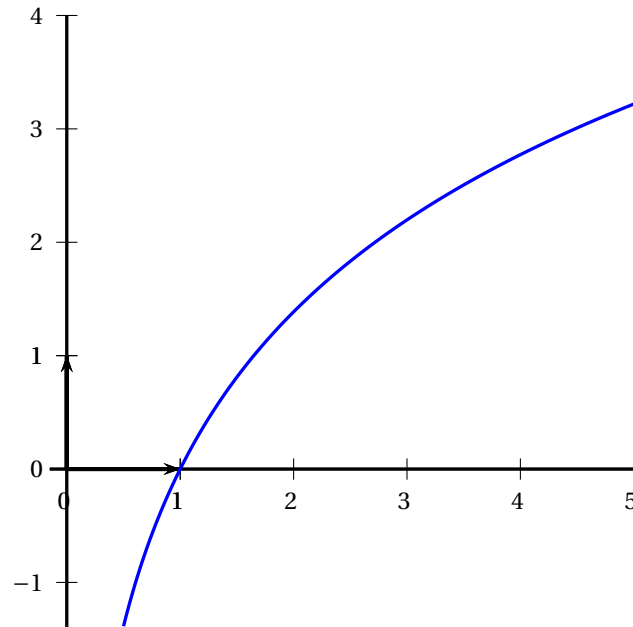
1. Les points appartenant à S et au plan P ont des coordonnées qui vérifient :

$$\begin{cases} z = y \ln x \\ x = 3,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = y \ln 5 \\ x = 3,5 \end{cases}$$

La première équation est l'équation d'une droite contenant le point $(3,5; 0; 0)$ située dans le plan $x = 3,5$ parallèle au plan yOz .

2. Les points appartenant à \mathcal{C}_2 ont des coordonnées qui vérifient :

$$\begin{cases} z = y \ln x \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \ln x \\ y = 2 \end{cases}$$



3. Si $x = 2$ et $y = 4$, alors $z = 4 \ln 2$.
4. Le point B a pour coordonnées $(4,5; 2; 3)$.
5. a. Pour D $x = 4$ et $z = 1$, donc $z = y \ln x \iff 1 = y \ln 4 \iff y = \frac{1}{\ln 4} \approx 0,7$.
- b. Les points appartenant à C ont des coordonnées qui vérifient $1 = y \ln x \iff y = \frac{1}{\ln x}$ (pour $x \neq 1$), qui n'est pas l'équation d'une parabole.

Exercice 4

5 points

Commun à tous les candidats

1. a. On lit $f(10) = 60$.
- b. On peut produire au maximum 18 objets.
2. a. Le nombre dérivé en $x = 14$ est égal au coefficient directeur de la tangente en ce point. On lit sur la figure :
- $$f'(14) = \frac{60}{6} = 10.$$
- la fonction f est croissante; on voit que la tangente au point d'abscisse $x = 19$ a un coefficient directeur supérieur à celle de la tangente au point B. Donc $g(19) > g(14)$.
- b. On a vu que $f'(14) = g(14) = 10$: la courbe \mathcal{C}_2 est éliminée.
Pour la courbe \mathcal{C}_3 , on aurait $g(19) < g(14)$; on a vu dans la question précédente que c'était le contraire. La courbe \mathcal{C}_3 est éliminée, il reste donc la courbe \mathcal{C}_1 .
3. a. $h(5) = \frac{f(5)}{5} = \frac{40}{5} = 8$.
- b. Voir la figure.

Le coefficient directeur de la droite (OQ) est $\frac{y_Q - y_O}{x_Q - x_O} = \frac{40 - 0}{5 - 0} = \frac{40}{5} = 8 = \frac{f(5)}{5}$.

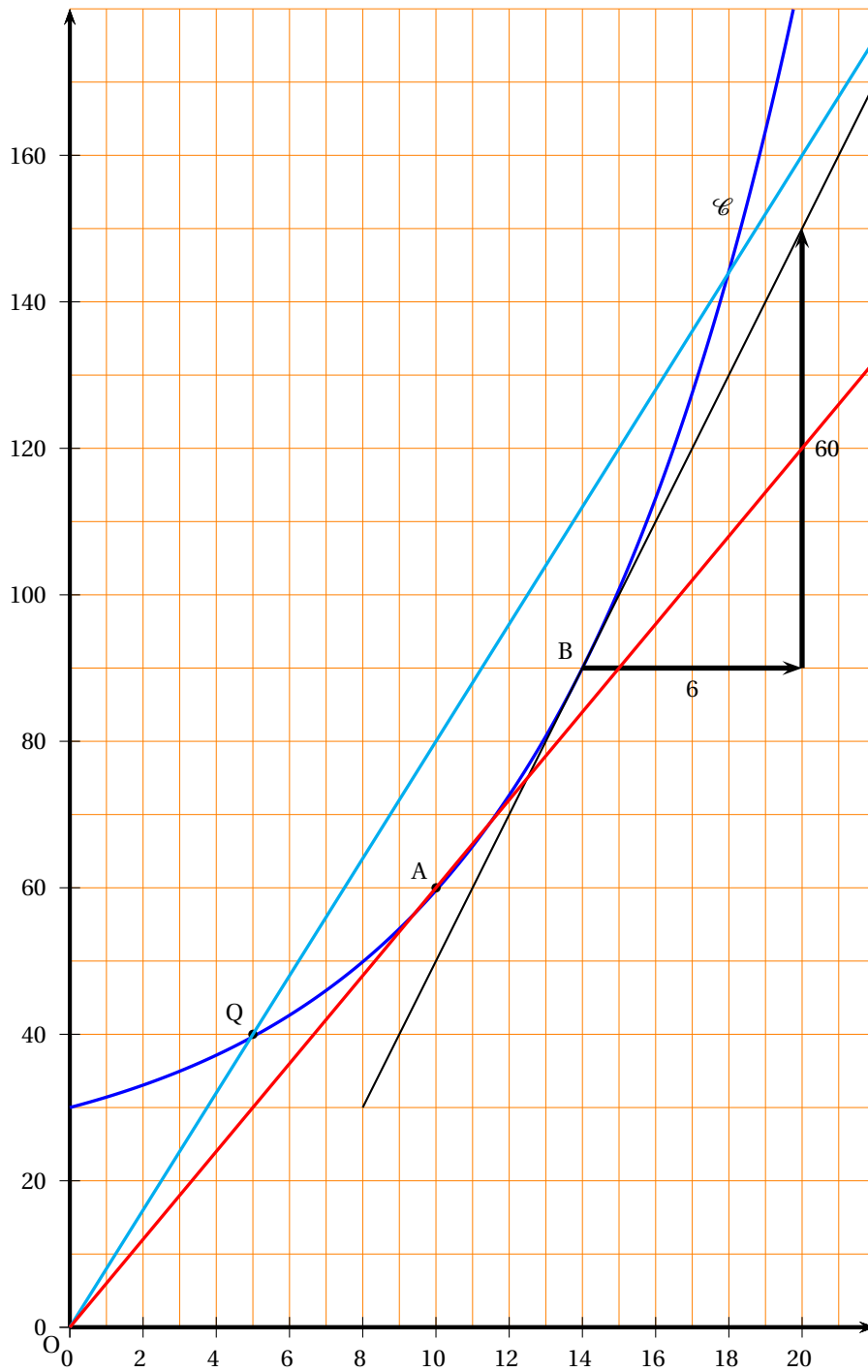
c.

- d.** Il semble que la fonction h soit décroissante ($h(1) = 33$, $f(2) \approx 16$, $f(5) = 8$, $f(8) = 6,25$, $f(10) = 6$) puis croissante ($f(10) = 6$, $f(12) \approx 6,2$, $f(14) \approx 6,4$, $f(16) \approx 7,1$, $f(20) \approx 9,1$). Pour tout point M de \mathcal{C} , de coordonnées $(x; f(x))$, le coefficient directeur de la droite (OM) est égal à $h(x)$.

On constate que sur $[0; 10]$ ce coefficient directeur diminue : la fonction h est donc décroissante sur $[0; 10]$ et que sur l'intervalle $[10; 20]$ ce coefficient directeur augmente : la fonction h est croissante sur $[10; 20]$.

Annexe à rendre avec la copie

Graphique 1



Annexe à rendre avec la copie

Graphique 2

