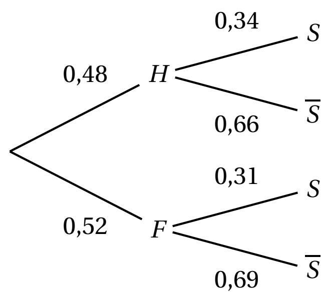
Corrigé du baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie mars 2011

EXERCICE 1 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

1.



2. On calcule $p(H \cap S) = p(H) \times p_H(S) = 0,48 \times 0,34 = 0,163\,2$.

3. On a de même : $p(F \cap S) = p(F) \times p_F(S) = 0,52 \times 0,31 = 0,161\,2$.

Donc d'après la loi des probabilités totales :

$p(\text{S}) = p(H \cap S) + p(F \cap S) = 0,163\,2 + 0,161\,2 = 3\,244$.

4. $p_{\text{S}}(F) = \dfrac{\text{S} \cap \text{F}}{p(S)} = \dfrac{0,161\,2}{3\,244} \approx 0,497$.

5. On a une épreuve de Bernoulli avec $n = 3$ et $p = p(\text{S}) = 0,324\,4$

La probabilité qu'aucun des trois n'ait répondu « avoir un système de protection social européen » est : $(1 - 0,324\,4)^3 = 0,675\,6^3 = 0,309\,368$.

La probabilité qu'un des trois ait répondu « avoir un système de protection social européen » est : $3 \times 0,324\,4(1 - 0,324\,4)^2 = 0,444\,203$.

Donc la probabilité qu'au moins deux des trois réponses soient « avoir un système de protection social européen » est $1 - (0,309\,368 + 0,444\,203) = 0,246\,229 \approx 0,246$.

EXERCICE 2 **3 points**

Commun à tous les candidats

1. On doit avoir $f'(x) = 0$.

Or sur $\left]-\dfrac{1}{2}~;~5\right[$, $f'(x) = -1 + \dfrac{2}{2x+1} = \dfrac{-2x - 1 + 2}{2x+1} = \dfrac{1-2x}{2x+1}$.

$f'(x) = 0 \iff \dfrac{1-2x}{2x+1} = 0 \iff 1 - 2x = 0 \iff x = \dfrac{1}{2} \in \left]-\dfrac{1}{2}~;~5\right[$.

On vérifie que $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\dfrac{1}{2} + 2 + \ln(1+1) = \frac{3}{2} + \ln 2$.

$\mathcal{C}$ admet une tangente horizontale au point A.

2. On a $\displaystyle\lim_{x \to -\frac{1}{2}} -x + 2 = \dfrac{5}{2}$ et $\displaystyle\lim_{x \to -\frac{1}{2}} \ln(2x+1) = -\infty$, d'où par somme $\displaystyle\lim_{x \to -\frac{1}{2}} f(x) = -\infty$.

3. On a vu que $f'(x) = \dfrac{1-2x}{2x+1}$. Sur $\left]-\dfrac{1}{2}~;~5\right[$, $2x + 1 > 0$, donc le signe de $f'(x)$ est celui de $1 - 2x$.

Donc sur $\left]-\dfrac{1}{2}~;~\dfrac{1}{2}\right[$, $f'(x) > 0$: la fonction est croissante de $-\infty$ à $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} + \ln 2 > 0$.

Sur cet intervalle la fonction f est croissante, continue car dérivable : elle s'annule donc en un seul point d'abscisse $x_1 \in \left]-\dfrac{1}{2}~;~\dfrac{1}{2}\right[$.

Sur $\left]\frac{1}{2}\ ;\ 5\right[$, $f'(x) < 0$: la fonction est décroissante de $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} + \ln 2 > 0$ à $f(5) = -5+2+\ln 11 \approx -0,6 < 0$.
Pour les mêmes raisons la fonction f s'annule en un point dont l'abscisse est $x_2 \in \left]\frac{1}{2}\ ;\ 5\right[$.
L'équation a donc deux solutions.

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

1. La calculatrice donne $y = -0,89x + 51,05$. (coefficients au centième près)
2. Voir à la fin.
3. 2006 correspond à $x = 6$ qui donne un nombre de clients :
   $-0,89 \times 6 + 51,05 = 51,05 - 5,34 = 45,71$
   et pour 2007,
   $-0,89 \times 7 + 51,05 = 51,05 - 6,23 = 44,82$.
   Suivant ce modèle affine il y aurait en 2006 environ 4 570 clients et en 2007, 4 480.

Partie B

1. **a.** Voir l'annexe à la fin.
   b. Le modèle affine ne paraît plus pertinent car les points ne sont plus globalement alignés.
2. **a.** $f(7) = 2 \times 7 + 15 + \mathrm{e}^{-0,1\times7+3,6} = 29 + \mathrm{e}^{2,9} \approx 47,17$ soit une valeur proche de la valeur réelle. Pour le moment le modèle semble plus adapté.
   b. 2010 correspond à $x = 10$ qui donne un nombre de clients :
   $f(10) = 2 \times 10 + 15 + \mathrm{e}^{-0,1\times10+3,6} = 35 + \mathrm{e}^{2,6} \approx 48,463$ soit environ 4 850 clients.

EXERCICE 4 **7 points**
Commun à tous les candidats

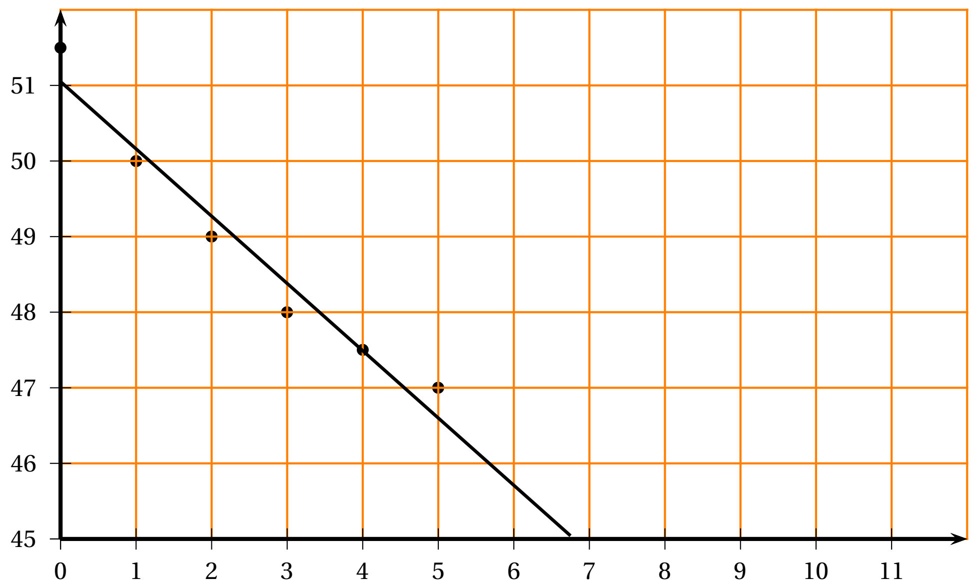
Partie A : Étude du bénéfice

1. Voir à la fin.
   Graphiquement, on voit que le prix de production est supérieur à la recette quel que soit le nombre de mètres produits et vendus. L'entreprise CoTon ne peut pas réaliser un bénéfice.
2. **a.** Voir à la fin. Graphiquement, on voit que l'entreprise CoTon réalise un bénéfice si le nombre de pièces produites est entre 2,1 et 8,7 km.
   b. La fonction B est dérivable sur $[0 ; 10]$ et sur intervalle :
   $B'(x) = 680 - 45x^2 + 240x - 500 = -45x^2 + 240x + 180$.
   c. $B'(x) = -45x^2 + 240x + 180 = 15\left(-3x^2 + 16x + 12\right)$.
   Pour le trinôme $-3x^2 + 16x + 12$, on a $\Delta = 16^2 + 4 \times 3 \times 12 = 256 + 144 = 400 = 20^2 > 0$. Ce trinôme a donc deux racines :
   $$x_1 = \frac{-16+20}{-6} \approx -\frac{2}{3} \quad \text{et} \quad \frac{-16-20}{-6} = 6.$$
   Le trinôme est négatif sauf entre les racines, donc en particulier sur $[0 ; 6]$ $B'(x) > 0$, donc la fonction est croissante de $B(0) = -750$ à $B(6) = 1\,710$; $B'(x) < 0$ sur $[6 ; 10]$ donc décroissante de $B(6) = 1\,710$ à $B(10) = -1\,950$.
   Le bénéfice est au maximum de 1 710 € pour une quantité de 6 km.

Partie B : Étude du coût moyen

1. Puisque $x \neq 0$, C_M est dérivable et sur $]0\,;\,10]$:
$C'_M(x) = \dfrac{C'(x) \times x - 1 \times C(x)}{x^2} = \dfrac{45x^3 - 240x^2 + 500x - 15x^3 + 120x^2 - 500x - 750}{x^2} = \dfrac{30x^3 - 120x^2 - 750}{x^2} = \dfrac{30\left(x^3 - 4x^2 - 25\right)}{x^2}$.
Or $(x-5)\left(x^2+x+5\right) = x^3 + x^2 + 5x - 5x^2 - 5x - 25 = x^3 - 4x^2 - 25$, donc finalement :
$C'_M(x) = \dfrac{30(x-5)\left(x^2+x+5\right)}{x^2}$.
2. **a.** On a $30 > 0$, , $x^2 > 0$; d'autre part pour le trinôme $x^2 + x + 5$ le discriminant est $\Delta = 1 - 20 = -19 > 0$; il n'a donc pas de racine et est du signe de $a = 1$ c'est-à-dire positif.
Donc le signe de $C'_M(x)$ est celui de $x - 5$, donc négatif sur $]0\,;\,5[$ et positif sur $]5\,;\,10]$. Donc C_M est décroissante sur $[0\,;\,5]$ et croissante sur $]5\,;\,10]$.
b. La fonction C_M a donc un minimum pour $x = 5$ qui est égal à
$C_M(5) = \dfrac{15 \times 5^3 - 120 \times 5^2 + 500 \times 5 + 750}{5} = 3 \times 5^3 - 24 \times 5^2 + 100 \times 5 + 150 =$
$375 - 600 + 500 + 150 = 425$.
Le coût total est $C(5) = 5 \times C_M(5) = 5 \times 425 = 2\,125$ €.

Annexe 1 (exercice 3) – à rendre avec la copie



Annexe 2 (exercice 4) – à rendre avec la copie