∽ Corrigé du baccalauréat ES Métropole–La Réunion ∽ septembre 2007

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

1. Réponse B évidente.
2. Réponse B.
3. Réponse D.
4. Sur l'intervalle [2 ; 4] la fonction varie au maximum de 3 à 5. L'intégrale est majorée par l'aire du rectangle de longueur $4-2=2$ et de hauteur 5. L'aire de ce rectangle est égale à 10 unités d'aire.
   Elle est minorée par l'aire du rectangle de longueur $4-2=2$ et de hauteur 3, donc d'aire 6 unités d'aire. Réponse B.

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

1. Le pourcentage d'augmentation du nombre de milliers de Pactes civils de solidarité entre 2000 et 2004 est :
   $\dfrac{39,6-22,1}{22,1}\times 100 \approx 79,1855$ soit 79,2 % à 0,1 près.
2. **On envisage un ajustement affine**
   a. La calculatrice donne $y=4,67x+18,1$.
   b. 2007 correspond au rang $x=7$, ce qui donne d'après l'ajustement affine : $4,67\times 7+18,1=50,79$, soit environ 50 790 pactes signés.
3. **On envisage un autre type d'ajustement**
   a. Avec $x=7$, on obtient $g(7)=1,6\times 7^2-1,8\times 7+21,4=87,2$ milliers de pactes signés en 2007.
   b. 2010 correspond au rang $x=10$, ce qui donne :
   $g(10)=1,6\times 10^2-1,8\times 10+21,4=163,4$ milliers de pactes signés en 2010 soit 163 400 pactes donc plus de 100 000.
4. **Comparaison des deux ajustements**
   a.

x_i	0	1	2	3	4
$\left[(y_i-g(x_i)\right]^2$	0,49	3,24	0,64	0,49	0,04

   b. Pour l'ajustement par la fonction f la somme des carrés des écarts est égale à :
   $16+11,36+5,95+1,02+7,95=42,28$;
   et pour la fonction g cette somme est égale à :
   $0,49+3,24+0,64+0,49+0,04=4,9$.
   C'est donc l'ajustement par la fonction g (ajustement parabolique) qui est le meilleur.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie I

1. Ce graphe a 6 sommets, son ordre est 6.
   Les sommets dans l'ordre alphabétique ont pour degré 4 ; 3 ; 4 ; 3 ; 3 ; 3.
2. Il faut trouver une chaîne eulérienne. Or quatre sommets ont un degré impair, donc cette chaîne n'existe pas.Il n'est pas possible de parcourir toutes ces avenues sans emprunter plusieurs fois la même avenue.

Partie II

1. La matrice M associée à ce graphe est $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.
2. **a.** Les trajets de longueur 2 reliant D à B sont : D–A–B et D–C–B.

   b. Dans la matrice M^2 le nombre situé à la quatrième ligne et la deuxième colonne donne le nombre de chaînes de longueur 2 reliant D à B.
   $M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Ce nombre est bien 2.

EXERCICE 3 **7 points**

Commun à tous les candidats

PARTIE I : lecture graphique

Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes, sans justifier.

1. On a $f(x) \leqslant 2$ pour $x \in [4~;~10]$.
2. Le nombre dérivé $f'(3)$ est le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 3, donc $f'(3) = 0$.
   $f'(4) = \dfrac{-2}{2} = -1$.

PARTIE II étude de la fonction

1. **a.** $f(0) = -2\text{e}^4 \approx -109,196 \approx -109$ à l'unité près

   b. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ signifie géométriquement que l'axe des abscisses est asymptote à $(\mathscr{C})$ au voisinage de plus l'infini.
2. **a.** Produit de fonctions dérivables sur $[0~;~+\infty[$, la fonction gf est dérivable et sur cet intervalle :
   $f'(x) = 1\text{e}^{(-x+4)} + (x-2) \times (-1)\text{e}^{(-x+4)} = \text{e}^{(-x+4)}(1 - x + 2) = (3 - x)\text{e}^{(-x+4)}$.

b. Quel que soit le réel x, on sait que $\mathrm{e}^{(-x+4)} > 0$, donc le signe de $f'(x)$ est celui de $3 - x$.

- si $x < 3$, alors $f'(x) > 0$: la fonction f est croissante sur $[0\,;\,3]$;
- si $x > 3$, alors $f'(x) < 0$: la fonction f est décroissante sur $[3\,;\,+\infty[$
- si $x = 3$, alors $f'(3) : 0 : f(3) = (3-2)\mathrm{e}^{-3+4} = \mathrm{e}$ est le maximum de la fonction sur $[0\,;\,+\infty[$.

3. On a $m = \dfrac{1}{10-2} \times \displaystyle\int_2^{10} f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{8}[g(x)]_2^{10} = \dfrac{1}{8}[g(10) - g(2)] = \dfrac{1}{8}(1-10)\mathrm{e}^{(-10+4)} - \dfrac{1}{8}(1-2)\mathrm{e}^{(-2+4)} = -9\dfrac{1}{8}\mathrm{e}^{-6} + \dfrac{1}{8}\mathrm{e}^{(2)} = \dfrac{1}{8}\left[\mathrm{e}^{(2)} - 9\mathrm{e}^{-6}\right] \approx 0{,}9208$ soit environ 0,921 au millième près.

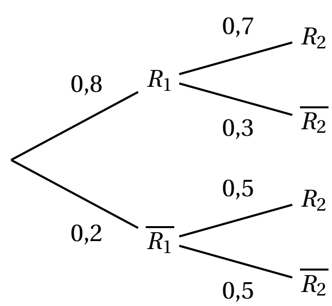
PARTIE III : étude d'un bénéfice

1. Le bénéfice en euros est donc $f(4) = 2\mathrm{e}^2 \approx 14{,}7781$ milliers d'euros soit à l'euro près 14 778 €.
2. On a vu que le maximum de la fonction f est $f(3) = \mathrm{e}$. Il faut donc produire 3 centaines de litres, soit 300 litres de parfum.
   $f(3) = \mathrm{e} \approx 2{,}71828$ milliers d'euros soit à l'euro près 2 728 €.
3. Il faut résoudre $f(x) \geqslant 0 \iff (x-2)\mathrm{e}^{-x+4} \geqslant 0 \iff x - 2 \geqslant 0 \iff x \geqslant 2$ (car $\mathrm{e}^{-x+4} > 0$ pour tout réel x).
   Il faut donc produire au moins 2 centaines soit 200 litres de parfum par jour pour ne pas vendre à perte.

EXERCICE 4 **4 points**

Commun à tous les candidats

1.



2. On a $p(R_1 \cap R_2) = p(R_1) \times p_{R_1}(R_2) = 0{,}8 \times 0{,}7 = 0{,}56$.
3. **a.** On a $p\left(\overline{R_1} \cap R_2\right) = p\left(\overline{R_1}\right) \times p_{\overline{R_1}}(R_2) = 0{,}2 \times 0{,}5 = 0{,}1$.
   D'après la loi des probabilités totales :
   $p(R_2) = p(R_1 \cap R_2) + p\left(\overline{R_1} \cap R_2\right) = 0{,}56 + 0{,}1 = 0{,}66$.
   b. On a $p(R_1) = 0{,}8$; $p(R_1) = 0{,}66$ et $p(R_1 \cap R_2) = 0{,}56 \neq p(R_1) \times p(R_1) = 0{,}528$, donc les évènements ne sont pas indépendants.
4. On a $p(A) = p\left(R_1 \cap \overline{R_2}\right) + p\left(\overline{R_1} \cap R_2\right)$.
   Or $p\left(R_1 \cap \overline{R_2}\right) = p(R_1) \times p_{R_1}\left(\overline{R_2}\right) = 0{,}8 \times 0{,}3 = 0{,}24$.
   $p\left(\overline{R_1} \cap R_2\right) = p\left(\overline{R_1}\right) \times p_{\overline{R_1}}(R_2) = 0{,}2 \times 0{,}5 = 0{,}1$.
   Donc $p(A) = 0{,}24 + 0{,}1 = 0{,}34$.