

Corrigé du baccalauréat hôtellerie
Polynésie 15 juin 2017

EXERCICE 1

8 points

La gérante d'un hôtel 3 étoiles du IX^e arrondissement de la ville de Paris analyse les réservations effectuées pour le premier week-end du mois de juin.

- Cent chambres sont réservées : 55 chambres simples et 45 chambres doubles.
- Parmi les chambres simples réservées, 40 % l'ont été par des clients ayant entre 18 et 30 ans, 20 % par des clients de plus de 51 ans et le reste par des clients ayant entre 31 et 50 ans.
- Un neuvième des chambres doubles a été réservé par des clients ayant entre 18 et 30 ans, un tiers par des clients ayant entre 31 et 50 ans, le reste par des clients de plus de 51 ans.

1. Prendre 40 %, c'est multiplier par 0,4 et prendre 20 %, c'est multiplier par 0,2.

On complète le tableau donné dans le texte :

	Entre 18 et 30 ans	Entre 31 et 50 ans	Plus de 51 ans	Total
Chambre simple	$55 \times 0,4 = 22$	$55 \times 0,2 = 11$	$55 - 22 - 11 = 22$	55
Chambre double	$\frac{1}{9} \times 45 = 5$	$\frac{1}{3} \times 45 = 15$	$45 - 5 - 15 = 25$	45
Total	$22 + 5 = 27$	$11 + 15 = 26$	$22 + 25 = 47$	100

2. La gérante de l'hôtel choisit au hasard une fiche de réservation d'une chambre de son établissement pour le premier week-end de juin. On admet que chaque fiche possède la même probabilité d'être choisie. On considère les événements suivants :

A : « La fiche choisie est celle d'un client ayant entre 18 et 30 ans ».

B : « La fiche choisie est celle d'un client ayant entre 31 et 50 ans ».

C : « La fiche choisie est celle d'un client ayant plus de 51 ans ».

D : « La fiche choisie correspond à la réservation d'une chambre double ».

Si on appelle \bar{D} l'événement : « La fiche choisie correspond à la réservation d'une chambre simple », le tableau précédent s'exprime en termes d'événements ainsi :

	Entre 18 et 30 ans	Entre 31 et 50 ans	Plus de 51 ans	Total
Ch. simple	$A \cap \bar{D} : 22$	$B \cap \bar{D} : 11$	$C \cap \bar{D} : 22$	$\bar{D} : 55$
Ch. double	$A \cap D : 5$	$B \cap D : 15$	$C \cap D : 25$	$D : 45$
Total	$A : 27$	$B : 26$	$C : 47$	100

- a. L'événement $A \cap D$ correspond à une fiche d'un client ayant entre 18 et 30 ans et ayant réservé une chambre double.

Toutes les fiches ont la même probabilité d'être choisies donc il y a équiprobabilité.

D'après le tableau, il y a 5 clients entre 18 et 30 ans ayant choisi une chambre double, donc la probabilité de l'événement $A \cap D$ est $p(A \cap D) = \frac{5}{100}$.

- b. L'événement « La fiche choisie est celle d'un client ayant entre 31 et 50 ans ou ayant réservé une chambre double » est $B \cup D$. Le nombre d'éléments de $B \cup D$ est :

$$\text{card}(B \cup D) = \text{card}(B) + \text{card}(D) - \text{card}(B \cap D) = 26 + 45 - 15 = 56.$$

$$\text{Donc } p(B \cup D) = \frac{56}{100}.$$

3. La gérante a choisi une fiche de réservation parmi celles des clients ayant entre 31 et 50 ans, donc elle choisit parmi 26 fiches.

Sur ces 26 fiches, il y en a 15 qui correspondent à la réservation d'une chambre double.

La probabilité que la fiche choisie corresponde à une chambre double est donc $\frac{15}{26}$.

EXERCICE 2**12 points**

La ville dans laquelle auront lieu les Jeux Olympiques d'été de l'année 2024 sera élue le 13 septembre 2017. Trois villes sont en compétition : Budapest, Los Angeles et Paris.

L'accueil de milliers de touristes nécessite que la ville retenue dispose d'un grand parc hôtelier.

Pour élaborer le dossier de candidature de la ville de Paris, deux équipes participent à l'étude de la capacité hôtelière de cette ville.

Le tableau ci-dessous traduit l'évolution du nombre de chambres disponibles dans les hôtels parisiens entre 2011 et 2015. L'année 2011 correspond au rang 1.

Année	2011	2012	2013	2014	2015
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5
Nombre de chambres : y_i	78 152	78 382	77 616	77 979	78 600

(source : INSEE)

Partie A : ajustement n° 1

1. Au vu du nuage de points associé à cette série statistique $(x_i ; y_i)$ un premier ajustement est réalisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[1 ; 15]$ par : $f(x) = 237x^2 - 1511x + 80225$.

Dans le repère fourni en annexe, sont représentés le nuage de points $(x_i ; y_i)$ et la courbe \mathcal{C}_f représentative de la fonction f .

On suppose que cet ajustement reste valide jusqu'en 2025.

- a. La capacité hôtelière dépassera 90 000 chambres à partir de l'entier x tel que $f(x) > 90000$.

$$f(x) > 90000 \iff 237x^2 - 1511x + 80225 > 90000 \iff 237x^2 - 1511x - 9775 > 0$$

On résout l'équation $237x^2 - 1511x - 9775 = 0$:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 11549821 \text{ donc l'équation admet deux solutions :}$$

$$x' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \approx -3,98 \notin [1 ; 15] \text{ et } x'' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \approx 10,36 \in [1 ; 15]$$

$237x^2 - 1511x - 9775$ est un polynôme du second degré donc du signe de $a = 237$, c'est-à-dire positif, à l'extérieur des racines ; donc $237x^2 - 1511x - 9775 > 0$ pour $x > x''$.

Donc $f(x) > 90000$ pour $x > x''$ c'est-à-dire à partir de $x = 11$ qui correspond à l'année 2021 (voir graphique).

- b. L'année 2024 correspond à $x = 14$ donc la capacité hôtelière estimée est

$$f(14) = 105523 \text{ chambres.}$$

2. a. Pour tout x de l'intervalle $[1 ; 15]$, $f(x) = 237 \times 2x - 1511 = 474x - 1511$.

- b. f est décroissante $\iff f'(x) < 0 \iff 474x - 1511 < 0 \iff x < \frac{1511}{474}$.

$$\frac{1511}{474} \approx 3,19 \text{ donc } f'(x) < 0 \text{ sur } [1 ; 3] \text{ donc } f \text{ est décroissante sur } [1 ; 3].$$

Partie B : ajustement n° 2

Un autre ajustement possible du nuage de points précédent consiste à prendre comme modèle la fonction g définie sur l'intervalle $[1 ; 15]$ par $g(x) = 77000 + e^{0,48x+5}$.

1. La capacité hôtelière de Paris pour l'année 2024 en utilisant ce nouvel ajustement est $g(14) \approx 200007$ chambres.

2. On admet que $g'(x) = 0,48 e^{0,48x+5}$.

On sait que pour tout réel X , $e^X > 0$ donc, pour tout réel x , $e^{0,48x+5} > 0$ donc $g'(x) > 0$.

La fonction g est donc strictement croissante sur l'intervalle $[1 ; 15]$.

Partie C

1. Il s'agit dans cette question, à partir de l'argumentation développée par chacune des deux équipes, d'identifier l'ajustement choisi parmi les deux modèles précédents.

Argumentation de l'équipe 1 : « Comme nous pensons que la capacité hôtelière va augmenter dans les prochaines années, nous avons retenu le modèle d'une fonction croissante sur l'intervalle $[1 ; 15]$ ».

Argumentation de l'équipe 2 : « Nous avons retenu un modèle traduisant une légère baisse du nombre de chambres jusqu'en 2013, suivie d'une augmentation du nombre de chambres ».

Sur l'intervalle $[1 ; 15]$, la fonction f est décroissante puis croissante, tandis que la fonction g est toujours croissante. D'après les argumentations des équipes, l'équipe 1 a choisi la fonction g et l'équipe 2 a choisi la fonction f .

2. Pour l'année 2016, l'INSEE a publié la capacité hôtelière de la ville de Paris : 80 190 chambres.
- a. En prenant comme capacités hôtelières, pour l'année 2024, la valeur fournie par chacun des deux ajustements et, pour 2016, la capacité hôtelière fournie par l'INSEE, on calcule le pourcentage d'augmentation de chacune de ces capacités entre 2016 et 2024 :
- Avec l'ajustement n° 1, on a trouvé en 2024 une estimation de 105 523 chambres, ce qui fait un pourcentage d'augmentation égal à $\frac{105\,523 - 80\,190}{80\,190} \times 100 \approx 31,60\%$.
 - Avec l'ajustement n° 2, on a trouvé en 2024 une estimation de 200 007 chambres, ce qui fait un pourcentage d'augmentation égal à $\frac{200\,007 - 80\,190}{80\,190} \times 100 \approx 149,42\%$.
- b. Au vu du résultat de la question 2. a., l'ajustement qui semble le plus réaliste pour estimer la capacité d'accueil de la ville de Paris en 2024 est le n° 1 car il ne semble pas réaliste d'estimer une augmentation de plus de 149 % entre 2016 et 2024.

Annexe à remettre avec la copie

EXERCICE 2

