CONCOURS POUR L'ADMISSION EN FORMATION DES INGÉNIEURS DE L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE MARITIME

ANNÉE 2017

Durée : 2 heures

Le candidat traitera 3 questions au choix parmi les 4 proposées, chaque question représentant le même nombre de points.
Les 4 questions proposées sont indépendantes.

1re question

1.

$$g(x) = x^3 - 4x^2 - x + 2.$$

a. La fonction polynôme est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sur cet intervalle :
$g'(x) = 3x^2 - 8x - 1$.
On a $\Delta = (-8)^2 - 4 \times 3 \times (-1) = 64 + 12 = 76 = 4 \times 19$.
L'équation $g'(x) = 0$ a donc deux solutions :
$x_1 = \dfrac{8+2\sqrt{19}}{6} = \dfrac{4+\sqrt{19}}{3}$ et $x_2 = \dfrac{4-\sqrt{19}}{3}$.
On sait que $g'(x) > 0$, sauf sur l'intervalle $\left[\dfrac{4-\sqrt{19}}{3}\,;\,\dfrac{4+\sqrt{19}}{3}\right]$ où $g'(x) \leqslant 0$.
Conclusion : g est croissante sur $\left]-\infty\,;\,\dfrac{4-\sqrt{19}}{3}\right[$ et sur $\left]\dfrac{4+\sqrt{19}}{3}\,;\,+\infty\right[$;
g est décroissante sur $\left[\dfrac{4-\sqrt{19}}{3}\,;\,\dfrac{4+\sqrt{19}}{3}\right]$.

x	$-\infty$		$\frac{4-\sqrt{19}}{3}$		$\frac{4+\sqrt{19}}{3}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
		$\nearrow$	$\approx 2,06$	$\searrow$	$\approx -10,2$	$\nearrow$	

b. On a $g(0) = 2$ et $g(2) = 8 - 16 - 2 + 2 = -8$.
L'intervalle $[0\,;\,2]$ est inclus dans l'intervalle $\left[\dfrac{4-\sqrt{19}}{3}\,;\,\dfrac{4+\sqrt{19}}{3}\right]$ où la fonction est strictement décroissante.
D'après la propriété des valeurs intermédiaires la fonction g décroit d'une valeur supérieure à zéro à une valeur inférieure à zéro : comme elle est continue car dérivable sur $[0\,;\,2]$ il existe donc un réel unique $\alpha \in]0\,;\,2[$ tel que $g(\alpha) = \alpha^3 - 4\alpha^2 - \alpha + 2 = 0$.

c. On a donc :
$g(\alpha) = 0$; $g(x) > 0$ sur $[0\,;\,\alpha[$ et $g(x) < 0$ sur $]\alpha\,;\,2]$.

Pour la suite de l'exercice, on pourra utiliser la valeur approchée $\alpha \approx 0,64$

2. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (ax+b)\mathrm{e}^{-x^2}$ et on note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

a. • $f(0) = 4 \iff b\mathrm{e}^0 = 4 \iff b = 4$;

• On sait que la tangente en A a pour coefficient directeur $f'(0)$; or

$f'(x) = a\mathrm{e}^{-x^2} - 2x \times (ax+4)\mathrm{e}^{-x^2} = \mathrm{e}^{-x^2}(-ax^2 - 8x + a)$.

Donc $f'(0) = a\mathrm{e}^0 = a = -1 \iff a = -1$.

Conclusion : sur $\mathbb{R}$, $\quad f(x) = (4-x)\mathrm{e}^{-x^2}$.

b. Pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;2]$ on définit les points suivants :

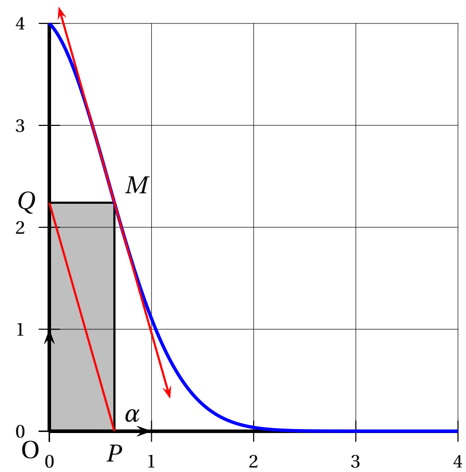
M le point de $\mathcal{C}_f$ de coordonnées $(x\,;\,f(x))$

P le point de coordonnées $(x\,;\,0)$

Q le point de coordonnées $(0\,;\,f(x))$.

On note $A(x)$ l'aire du rectangle OPMQ.

La figure ci-contre sur laquelle une partie de la courbe $\mathcal{C}_f$ est représentée rappelle ces notations.



c. i. Sur l'intervalle $[0\,;2]$, $f(x) > 0$, car on sait que $\mathrm{e}^{-x^2} > 0$ quel que soit le réel x et $4 - x > 0$, donc $f(x) > 0$.

Le rectangle OPMQ a donc pour dimensions x et $f(x)$, donc son aire est :

$A(x) = x \times f(x) = x(4-x)\mathrm{e}^{-x^2}$ ou $A(x) = \left(4x - x^2\right)\mathrm{e}^{-x^2}$

ii. Produit de fonctions dérivables sur $[0\,;2]$, $A(x)$ est dérivable sur cet intervalle et

$A'(x) = (4-2x)\mathrm{e}^{-x^2} - 2x\left(4x - x^2\right)\mathrm{e}^{-x^2} = \mathrm{e}^{-x^2}\left(4 - 2x - 8x^2 + 2x^3\right)\Big) =$

$\left(2x^3 - 8x^2 - 2x + 4\right)\mathrm{e}^{-x^2} = 2\left(x^3 - 4x^2 - x + 2\right)\mathrm{e}^{-x^2} = 2g(x)\mathrm{e}^{-x^2}$.

Comme $2\mathrm{e}^{-x^2} > 0$ quel que soit le réel x, $f'(x)$ est du signe de $g(x)$ étudié à la question **1. c.**, donc :

$A'(\alpha) = 0$;

$A'(x) > 0$ sur $[0\,;\,\alpha[$;

$A'(x) < 0$ sur $]\alpha\,;\,2]$.

Conclusion $A(x)$ croit sur $[0\,;\,\alpha[$ et décroit sur $[\alpha\,;\,2]$; $A(\alpha)$ est donc le maximum de l'aire pour $x = \alpha \approx 0,64$.

iii. • La tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ en M d'abscisse α a pour coefficient directeur le nombre dérivé $f'(\alpha)$.

Or $f'(x) = -\mathrm{e}^{-x^2} - 2x(4-x)\mathrm{e}^{-x^2} = \mathrm{e}^{-x^2}\left(2x^2 - 8x - 1\right)$; donc $f'(\alpha) = \mathrm{e}^{-\alpha^2}\left(2\alpha^2 - 8\alpha - 1\right)$.

• Pour $x = \alpha$, la droite (QP) a pour coefficient directeur : $\dfrac{0 - f(\alpha)}{\alpha - 0} = -\dfrac{f(\alpha)}{\alpha} = \dfrac{(\alpha-4)\mathrm{e}^{-\alpha^2}}{\alpha}$.

• Ces deux derniers nombres sont égaux si :

$\mathrm{e}^{-\alpha^2}\left(2\alpha^2 - 8\alpha - 1\right) = \dfrac{(\alpha-4)\mathrm{e}^{-\alpha^2}}{\alpha} \iff 2\alpha^2 - 8\alpha - 1 = \dfrac{\alpha - 4}{\alpha} \iff \alpha\left(2\alpha^2 - 8\alpha - 1\right) = \alpha - 4 \iff 2\alpha^3 - 8\alpha^2 - \alpha = \alpha - 4 \iff 2\alpha^3 - 8\alpha^2 - 2\alpha + 4 = 0 \iff \alpha^3 - 4\alpha^2 - \alpha + 2 = 0$,

égalité vraie (c'est $g(\alpha) = 0$ démontré à la question **1. b.**). Voir la figure avec $M(\alpha)$.

3. **a.** Une primitive de la fonction $x \longmapsto -x\mathrm{e}^{-x^2}$ est la fonction $x \longmapsto \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-x^2}$, donc :

$$I = \int_0^2 -x\mathrm{e}^{-x^2}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-x^2}\right]_0^2 = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2^2} - \left(\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-0^2}\right) = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\left(\mathrm{e}^{-4} - 1\right).$$

b. On a puisque la fonction f est positive sur l'intervalle $[0\,;2]$:

$S = \int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^2 (4-x)\mathrm{e}^{-x^2}\,\mathrm{d}x = \int_0^2 4\mathrm{e}^{-x^2}\,\mathrm{d}x + \int_0^2 -x\mathrm{e}^{-x^2}\,\mathrm{d}x = \int_0^2 4\mathrm{e}^{-x^2}\,\mathrm{d}x + I =$
$4\int_0^2 4\mathrm{e}^{-x^2}\,\mathrm{d}x + I \approx 4\times 0,882 + \dfrac{1}{2}\left(\mathrm{e}^{-4}-1\right) \approx 3,037$, donc au centième près $S \approx 3,04$.

c. Est-il possible de placer le point M pour que l'aire du rectangle OPMQ soit égale à la moitié de l'aire S? On a $\dfrac{1}{2}S \approx 1,52$.

On a vu que l'aire maximale est $A(\alpha) = \left(4\alpha - \alpha^2\right)\mathrm{e}^{-\alpha^2} \approx 1,43$.

Il n'existe pas de position du point M telle que $A(x) = \dfrac{1}{2}S$.

2^e^ question

Soit f la fonction définie sur $\left]-\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$ par

$$f(x) = \frac{2x}{1+2x}.$$

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n, par $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. Sur le graphique donné en annexe (dernière page du sujet), on a tracé la courbe C représentative de f.

a. En partant du point d'abscisse $u_0 = 2$ sur l'axe des abscisses, on se déplace verticalement cers la courbe C puis horizontalement vers la droite d'équation $y = x$; l'abscisse de ce dernier point est u_1 et ainsi de suite. Voir l'annexe.

b. On conjecture que la suite (u_n) est décroissante et est minorée par 0,5.

2. a. Sur $\left]-\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$ la fonction est définie et dérivable et sur cet intervalle :

$f'(x) = \dfrac{2(1+2x) - 2\times 2x}{(1+2x)^2} = \dfrac{2}{(1+2x)^2}$.

Quotient de deux nombres positifs cette dérivée est positive, donc f est croissante sur $\left]-\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$.

O a $\displaystyle\lim_{x\to -\frac{1}{2}} f(x) = -\infty$ et $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$.

La fonction est strictement croissante de moins l'infini à 1.

b. *Initialisation :*

On a $u_0 = 2$, donc $u_1 = \dfrac{2\times 2}{1+2\times 2} = \dfrac{4}{5} = 0,8$.

On a donc $\dfrac{1}{2} \leqslant u_1 \leqslant u_0$.

L'encadrement est vrai au rang 0.

Hérédité

Supposons que pour $n \geqslant 0$, on ait $\dfrac{1}{2} \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$.

Comme f est croissante les images des trois termes de l'encadrement sont rangés dans le même ordre, soit :

$f(\frac{1}{2}) \leqslant f(u_{n+1}) \leqslant f(u_n)$.

Or $f\left(\frac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{1+1} = \dfrac{1}{2}$.

On a donc : $\dfrac{1}{2} \leqslant u_{n+2} \leqslant u_{n+1}$.

Conclusion : l'encadrement est vrai au rang 0 et s'il est vrai au rang n il est vrai au rang $n+1$.

On a donc démontré par le principe de récurrence que quel que soit le naturel n,
$\dfrac{1}{2} \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$.

c. Le précédent résultat montre que la suite est minorée par $\dfrac{1}{2}$ et qu'elle est décroissante. La suite (u_n) converge donc vers une limite $\ell \geqslant \dfrac{1}{2}$.

3. **a.** Quel que soit n, $v_{n+1} = \dfrac{1-2u_{n+1}}{u_{n+1}} = \dfrac{1-2\times\frac{2u_n}{1+2u_n}}{\frac{2u_n}{1+2u_n}} = \dfrac{1+2u_n-4u_n}{2u_n} = \dfrac{1-2u_n}{2u_n} = \dfrac{1}{2}\times\dfrac{1-2u_n}{u_n}$.

Finalement $v_{n+1} = \dfrac{1}{2}v_n$; cette égalité montre que la suite (v_n) est géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$.

b. On a $v_0 = \dfrac{1-2\times 2}{2} = -\dfrac{3}{2}$.

On sait que $v_n = v_0 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^n = -\dfrac{3}{2}\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$.

Or $v_n = \dfrac{1-2u_n}{u_n} \iff u_nv_n = 1-2u_n \iff u_nv_n+2u_n = 1 \iff u_n(v_n+2) = 1 \iff$
$u_n = \dfrac{1}{v_n+2}$.

Donc $u_n = \dfrac{1}{2-\dfrac{3}{2}\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^n} = \dfrac{2}{4-3\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^n}$.

c. Comme $-1 < \dfrac{1}{2} < 1$, on sait que $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\left(\dfrac{1}{2}\right)^n = 0$.

Donc $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} 4-3\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^n = 4$ et finalement
$\displaystyle\lim_{n\to+\infty} u_n = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$.
La limite de la suite (u_n) est bien 0,5.

d. Il faut résoudre l'inéquation :

$$\dfrac{2}{4-3\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^n} \leqslant 0,501 \iff \dfrac{2}{0,501} \leqslant 4-3\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^n \iff 3\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^n \leqslant 4-\dfrac{2}{0,501}$$

$$\iff \left(\dfrac{1}{2}\right)^n \leqslant \dfrac{1}{3}\times\left(4-\dfrac{2}{0,501}\right) \iff \left(\dfrac{1}{2}\right)^n \leqslant \dfrac{1}{3}\times\dfrac{0,004}{0,501} \iff \left(\dfrac{1}{2}\right)^n \leqslant \dfrac{0,004}{1,503} \iff$$

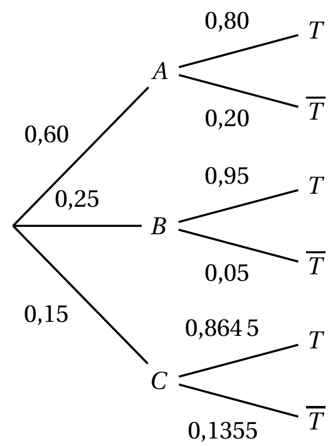
$$n\ln 0,5 \leqslant \ln\dfrac{4}{1\,503} \iff n \geqslant \dfrac{\ln\dfrac{4}{1\,503}}{\ln 0,5}$$

La calculatrice donne $\dfrac{\ln\dfrac{4}{1\,503}}{\ln 0,5} \approx 8,5$.

Conclusion $u_{n_0} = u_9$ est le premier terme de la suite approchant $\dfrac{1}{2}$ la limite à un millième.

3e question

1. **a.**



b. On a $p(A \cap T) = p(A) \times p_A(T) = 0,6 \times 0,8 = 0,48$.

c. Il faut trouver $p_C(T) = \dfrac{p(C \cap T)}{p(C)} = \dfrac{p(C) \times p_C(T)}{p(C)} = \dfrac{0,15 \times 0,864\,5}{0,15} = 0,864\,5$ (c'est l'énoncé !)

d. On a vu que $p(A \cap T) = 0,48$; de même
$p(B \cap T) = 0,25 \times 0,95 = 0,237\,5$;
$p(C \cap T) = 0,15 \times 0,864\,5 = 0,129\,675$
Le nombre de puces commercialisables provenant du centre C représente donc :
$\dfrac{0,129\,675}{0,48 + 0,237\,5 + 0,129\,675} = \dfrac{0,129\,675}{0,847\,175} \approx 0,153$, soit environ 15,3 %. Le responsable n'a pas raison.

2. **a.** La variable X suit la loi binomiale de paramètres $n = 12$ et $p = 0,864\,5$

b. La probabilité que toutes les puces soient commercialisables est égale à $0,864\,5^{12}$.
Donc la probabilité qu'au moins une puce du lot ne soit pas commercialisable est égale à :
$1 - 0,864\,5^{12} \approx 0,826$.

c. Il suffit de remplacer 12 par n et de résoudre l'inéquation :
$1 - 0,864\,5^n \geqslant 0,95 \iff 0,864\,5^n \leqslant 0,05 \iff n \ln 0,864\,5 \leqslant \ln 0,05 \iff n \geqslant \dfrac{\ln 0,05}{\ln 0,864\,5}$.
Or $\dfrac{\ln 0,05}{\ln 0,847\,175} \approx 20,5$.
Il faut donc des lots d'au moins 21 puces.

3. On a pu mesurer qu'au bout de 5 ans, la moitié des puces sont défectueuses.

a. On a donc $p(T \leqslant 5)\mathrm{e}^{-\lambda \times 5} = \dfrac{1}{2} \iff -5\lambda = \ln 0,5 \lambda = \dfrac{\ln 0,5}{-5} \approx 0,139$.

b. On a $E = \dfrac{1}{\lambda} \approx 7,21$ (années).

c. On a $p(4 \leqslant T \leqslant 6) = \mathrm{e}^{-0,139 \times 4} - \mathrm{e}^{-0,139 \times 6} = 0,139$ soit à peu près 14 %.

4e question

1. On considère le polynôme P défini sur $\mathbb{C}$ par :

$$P(z) = z^3 + (2 - 2\mathrm{i})z^2 + (4 - 4\mathrm{i})z - 8\mathrm{i}.$$

a. On calcule :
$P(2\mathrm{i}) = (2\mathrm{i})^3+(2-2\mathrm{i})(2\mathrm{i})^2+(4-4\mathrm{i})\times 2\mathrm{i}-8\mathrm{i} = -8\mathrm{i}+(2-2\mathrm{i})\times(-4)+8\mathrm{i}+8 = -8\mathrm{i}-8+8\mathrm{i})+8\mathrm{i}+8 = 0$,
ce qui montre que 2i est une solution de l'équation $P(z) = 0$.

b. On a $(z-2\mathrm{i})\left(z^2+2z+4\right) = z^3+2z^2+4z-2\mathrm{i}z^2-4\mathrm{i}z-8\mathrm{i} = z^3+z^2(2-2\mathrm{i})+(4-4\mathrm{i})z-8\mathrm{i} = P(z)$,
ce qui montre la factorisation de $P(z)$.

c. On a déjà la solution 2i de plus :
$P(z) = 0 \Rightarrow z^2+2z+4 = 0 \iff (z+1)^2-1+4 = 0 \iff (z+1)^2 = -3 \iff (z+1)^2 = \left(\mathrm{i}\sqrt{3}\right)^2$.
On a donc $z+1 = \mathrm{i}\sqrt{3}$ ou $z+1 = -\mathrm{i}\sqrt{3}$, soit
$z = -1+\mathrm{i}\sqrt{3}$ ou $z = -1-\mathrm{i}\sqrt{3}$.
Finalement $S = \{2\mathrm{i}\ ;\ -1+\mathrm{i}\sqrt{3}\ ;\ -1-\mathrm{i}\sqrt{3}\}$.

2. *Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé* $\left(\mathrm{O},\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$.
On réalisera une figure sur l'annexe donnée en dernière page du sujet.

On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_{\mathrm{A}} = 1+\mathrm{i}\sqrt{3}$, $z_{\mathrm{B}} = 1-\mathrm{i}\sqrt{3}$, et $z_{\mathrm{C}} = -2$.

a. • $|z_{\mathrm{A}}|^2 = 1+3 = 4 = 2^2 \Rightarrow |z_{\mathrm{A}}| = 2$;
D'où $z_{\mathrm{A}} = 2\left(\frac{1}{2}+\mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2\left(\cos\frac{\pi}{3}+\mathrm{i}\sin\frac{\pi}{3}\right)$.
Finalement : $z_{\mathrm{A}} = 2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$.
• Le même calcul donne $|z_{\mathrm{B}}| = 2$, puis $z_{\mathrm{B}} = 2\left(\frac{1}{2}+\mathrm{i}\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) = 2\left(\cos\frac{-\pi}{3}+\mathrm{i}\sin\frac{-\pi}{3}\right)$.
Finalement : $z_{\mathrm{B}} = 2\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$.
• On a $|z_{\mathrm{C}}| = 2$ et enfin $z = 2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi}$.

b. Voir l'annexe
On note $Z = \dfrac{z_{\mathrm{A}}-z_{\mathrm{C}}}{z_{\mathrm{B}}-z_{\mathrm{C}}}$.

c. $Z = \dfrac{1+\mathrm{i}\sqrt{3}-(-2)}{1-\mathrm{i}\sqrt{3}-(z_{\mathrm{C}})-2)} = \dfrac{3+\mathrm{i}\sqrt{3}}{3-\mathrm{i}\sqrt{3}} = \dfrac{\left(3+\mathrm{i}\sqrt{3}\right)\left(3+\mathrm{i}\sqrt{3}\right)}{\left(3+\mathrm{i}\sqrt{3}\right)\left(3-\mathrm{i}\sqrt{3}\right)} = \dfrac{9-3+6\mathrm{i}\sqrt{3}}{9+3} = \dfrac{6+6\mathrm{i}\sqrt{3}}{12} = \dfrac{1}{2}+\mathrm{i}\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

d. On a $|Z|^2 = \left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{4} = 1$. D'où $|Z| = 1$.
Puis $Z = \cos\frac{\pi}{3}+\mathrm{i}\sin\frac{\pi}{3} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$.

e. À partir de la définition de Z on déduit que :
• $|Z| = \dfrac{\mathrm{CA}}{\mathrm{CB}}$
Or on vient de démontrer que $|Z| = 1 = \dfrac{\mathrm{CA}}{\mathrm{CB}}$, donc CA = CB : le triangle ABC est isocèle en C.
• $\arg(Z) = \left(\overrightarrow{\mathrm{CB}},\ \overrightarrow{\mathrm{CA}}\right) = \dfrac{\pi}{3}$ d'après la question précédente.
On a donc $\widehat{\mathrm{ABC}} = \dfrac{1}{2}\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right) = \dfrac{1}{2}\times\dfrac{2\pi}{3} = \dfrac{\pi}{3} = \widehat{\mathrm{BAC}}$, pisque le triangle est isocèle en C.
Conclusion : le triangle ABC ayant trois angles de mesure $\dfrac{\pi}{3}$ est un triangle équilatéral.

3. À tout point M d'affixe z (avec $z \neq z_{\mathrm{B}}$), on associe le point M' d'affixe z' défini par :

$$z' = \frac{1+\mathrm{i}\sqrt{3}-z}{1-\mathrm{i}\sqrt{3}-z}.$$

(On pourra remarquer que $z' = \dfrac{z_{\mathrm{A}}-z}{z_{\mathrm{B}}-z}$.)

a. A et B étant symétriques autour de l'axe des abscisses, cet axe est la médiatrice du segment [AB], donc un point de cet axe a une partie imaginaire nulle.

On a donc $|z'| = \dfrac{MA}{MB} = 1$: M' appartient donc au cercle de centre O de rayon 1 (le cercle trigonométrique).

b. On sait que si M appartient au cercle de diamètre [AB] privé de B alors $\left(\overrightarrow{MB},\ \overrightarrow{MA}\right) = \pm\dfrac{\pi}{2}$.

Or d'après la remarque $z' = \dfrac{z_A - z}{z_B - z}$ on en déduit en prenant les arguments que :

$\arg(z') = \arg\left(\dfrac{z_A - z}{z_B - z}\right) = \left(\overrightarrow{MB},\ \overrightarrow{MA}\right) = \pm\dfrac{\pi}{2}$ ce qui montre que z' est un imaginaire pur ou encore que M' appartient à l'axe $\left(O\ ;\ \overrightarrow{v}\right)$.

c. On a vu que puisque D appartient à la médiatrice de [AB] son image appartient au cercle trigonométrique de centre O et de rayon.

Comme il appartient aussi au cercle de diamètre [AB] son image est un point de l'axe des ordonnées.

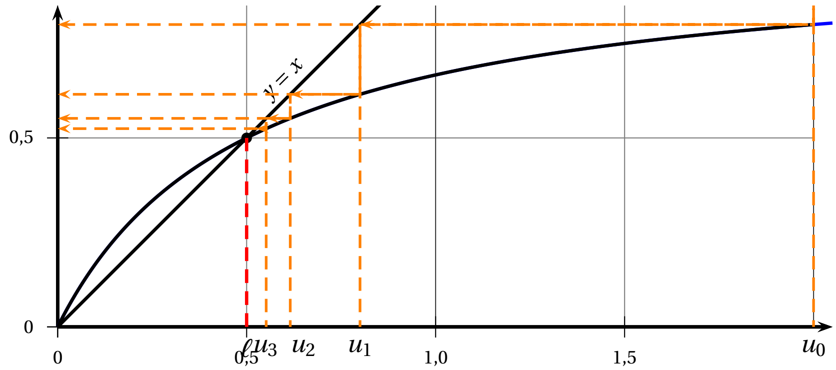
Comme $\left(\overrightarrow{DB},\ \overrightarrow{DA}\right) = +\dfrac{\pi}{2}$, D′ est donc le point d'affixe i.

Nota :

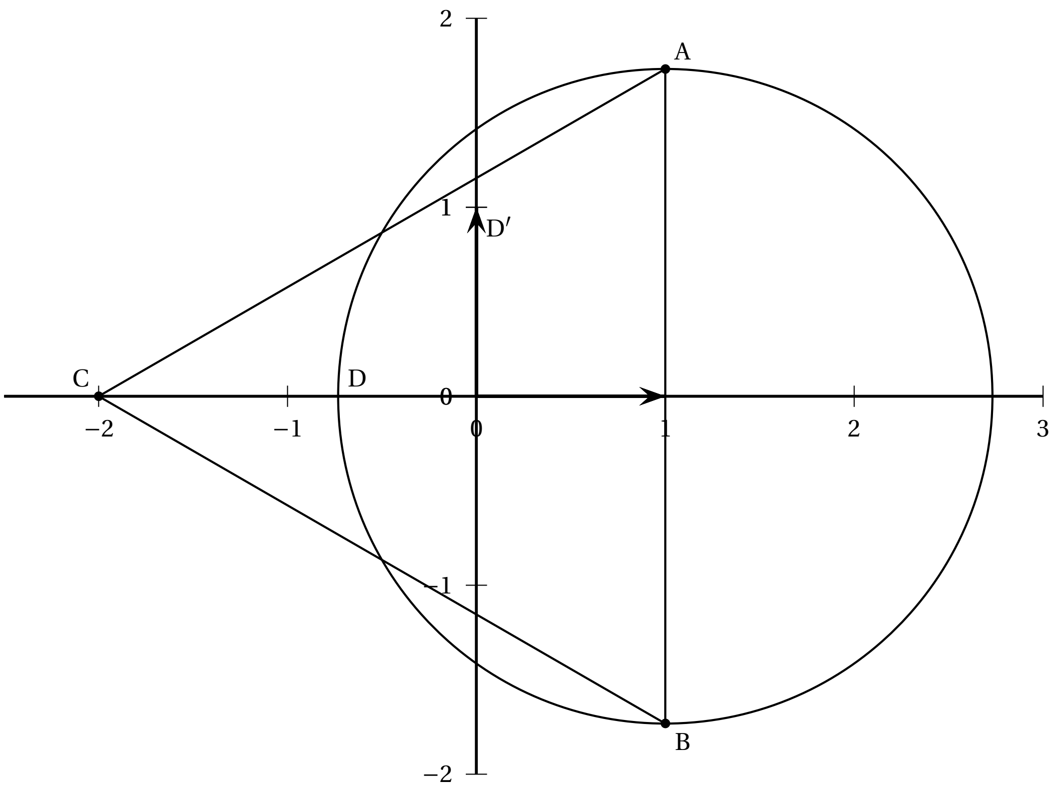
1. Aucun document n'est autorisé.
2. Délits de fraude : « Tout candidat pris en flagrant délit de fraude ou convaincu de tentative de fraude se verra attribuer la note zéro, éliminatoire, sans préjudice de l'application des sanctions prévues par les lois et règlements en vigueur réprimant les fraudes dans les examens et concours publics ».

Annexes à rendre avec la copie

Annexe - 2e question



Annexe - 4e question



FIN