∽ Corrigé du baccalauréat de technicien hôtellerie Métropole ∾ juin 2010

L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.

EXERCICE 1 **8 points**

1. Il y a $185+23=208$ clients satisfaits sur 400.

   La probabilité est donc égale à $\dfrac{208}{400}=\dfrac{52}{100}=0,52=52\,\%$.

2. • 75 % ont été remplies par des clients français, et 55 % des clients français sont satisfaits;
   • $\frac{1}{5}$ ont été remplies par des clients européens non français;
   • les autres ont été remplies par des clients d'autres nationalités non européennes, et 30 % d'entre eux ne sont pas satisfaits.

   Reproduire et compléter le tableau suivant :

Clients	Français	Européens non français	Autres nationalités non européennes	Total
satisfaits	165	29	14	208
insatisfaits	135	51	6	192
Total	300	80	20	400

• $p(A)=\dfrac{20}{400}=\dfrac{5}{100}=5\,\%=0,05$.

  $p(B)=\dfrac{192}{400}=\dfrac{48}{100}=48\,\%=0,48$.

• $A\cap B$: « Le client qui a rempli la fiche n'est pas européen et est insatisfait »;

  $p(A\cap B)=\dfrac{6}{400}=\dfrac{1,5}{100}=1,5\,\%=0,015$.

  $A\cup B$: « Le client qui a rempli la fiche n'est pas européen ou est insatisfait »;

  On a $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)=\dfrac{5}{100}+\dfrac{48}{100}-\dfrac{1,5}{100}=\dfrac{51,5}{100}=0,515$.

• Il y a 80 Européens non français et parmi eux 6 sont insatisfaits; la probabilité est donc égale à : $\dfrac{6}{80}=\dfrac{1,5}{20}=\dfrac{7,5}{100}=7,5\,\%=0,075$.

EXERCICE 2 **12 points**

ÉTUDE DE MARCHÉ

Première partie : étude statistique

1.
2. $x_{G_1}=\dfrac{4+5+6+7+8+9}{6}=\dfrac{39}{6}=6,5$ et $y_{G_1}=\dfrac{138+127+\cdots+88}{6}=\dfrac{672}{6}=112$.

   $x_{G_2}=\dfrac{10+11+12+13+14+15}{6}=\dfrac{75}{6}=12,5$ et $y_{G_2}=\dfrac{80+73+\cdots+50}{6}=\dfrac{384}{6}=64$.

   Voir la droite au dessus.

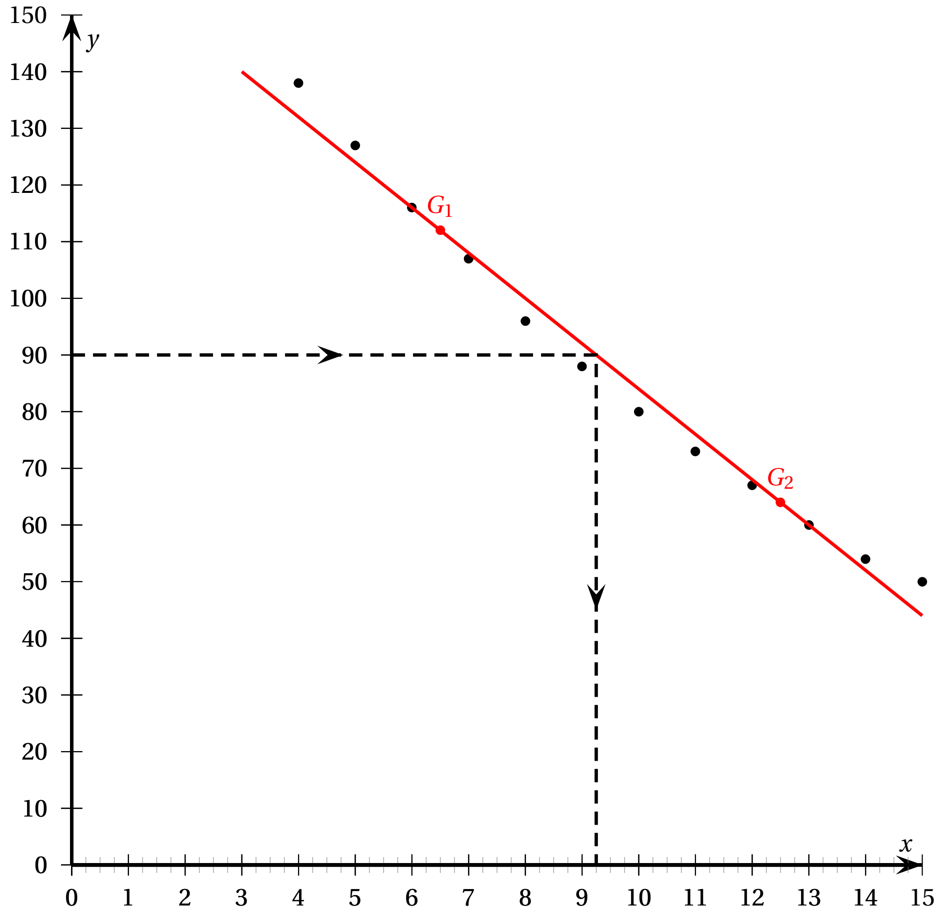
3. L'équation de (G_1G_2) est de la forme $y=ax+b$; les coordonnées de G_1 et de G_2 vérifient cette équation soit :

   $\left\{\begin{array}{l c r}112 &=& 6,5a+b\\ 64 &=& 12,5a+b\end{array}\right.$ $\Rightarrow$ (par différence) $6a=-48 \iff a=-8$.

   En remplaçant a par -8 dans la première équation : $112=-8\times6,5+b \iff$ $b=112+52=164$.

Une équation de la droite (G_1G_2) est donc $y=-8x+164$.

4. En utilisant ce modèle affine, on obtient avec $x=13,5$, $\quad y=-8\times13,5+164=164-108=$ 56 personnes susceptibles de déjeuner chaque jour dans le restaurant avec un prix journalier de 13,50 €.



5. On trace sur le graphique la droite horizontale d'équation $y = 90$: elle coupe la droite (G_1G_2) en un point d'abscisse environ 9,25.
Pour avoir au moins 90 personnes il ne faut pas dépasser un prix de 9,25 €.

Deuxième partie : optimisation de la recette quotidienne

1. On a $f(8,5) = -8 \times 8,5^2 + 164 \times 8,5 = 816$ (€).
2. $f'(x) = 2 \times (-8x) + 164 = -16x + 164$.
3. • $-16x + 164 > 0 \iff 164 > 16x \iff \frac{164}{16} > x \iff x < 10,25$.
Donc $f'(x) > 0 \iff x < 10,25$: la fonction f est donc croissante sur l'intervalle $[4\,;\,10{,}25]$;
• $-16x + 164 < 0 \iff 164 < 16x \iff \frac{164}{16} < x \iff x > 10,25$.
Donc $f'(x) < 0 \iff x > 10,25$: la fonction f est donc décroissante sur l'intervalle $[10{,}25\,;\,15]$;
• $-16x + 164 = 0 \iff 164 = 16x \iff \frac{164}{16} = x \iff x = 10,25$. $f(10,25)$ est donc le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[4\,;\,15]$.
On a $f(10,25) = -8 \times 10,25^2 + 164 \times 10,25 = 840,50$ €.
4. On a vu dans les variations de f que la recette quotidienne prévisible maximale est $f(10,25) = 840,50$ €.