

Corrigé du baccalauréat Hôtellerie Métropole–juin 2011

EXERCICE 1

8 points

1.

Heure	14 h 00	14 h 15	14 h 30	14 h 45	15 h 00
Rang : n	0	1	2	3	4
Nombre de bactéries u_n	100	200	400	800	1 600

2. On a pour tout naturel n , $u_{n+1} = 2u_n$.
3. La suite (u_n) est une suite géométrique de raison 2 et de premier terme $u_0 = 100$.
4. On sait que, r étant la raison, $u_n = u_0 \times r^n$, soit ici : $u_n = 100 \times 2^n$.
5. Il s'est écoulé 12 quarts d'heure ; $u_{12} = 100 \times 2^{12} = 409\,600$ (bactéries).
6. Il faut résoudre l'inéquation :

$$100 \times 2^n < 150\,000 \iff 2^n < 1\,500 \iff n \ln 2 < \ln 1\,500 \iff n < \frac{\ln 1\,500}{\ln 2}.$$

$$\text{Or } \frac{\ln 1\,500}{\ln 2} \approx 10,5.$$

Il faut qu'il s'écoule au maximum 10 quarts d'heure soit 2 h et demie.

La viande est propre à la consommation jusqu'à 14 h 30 min.

EXERCICE 2

12 points

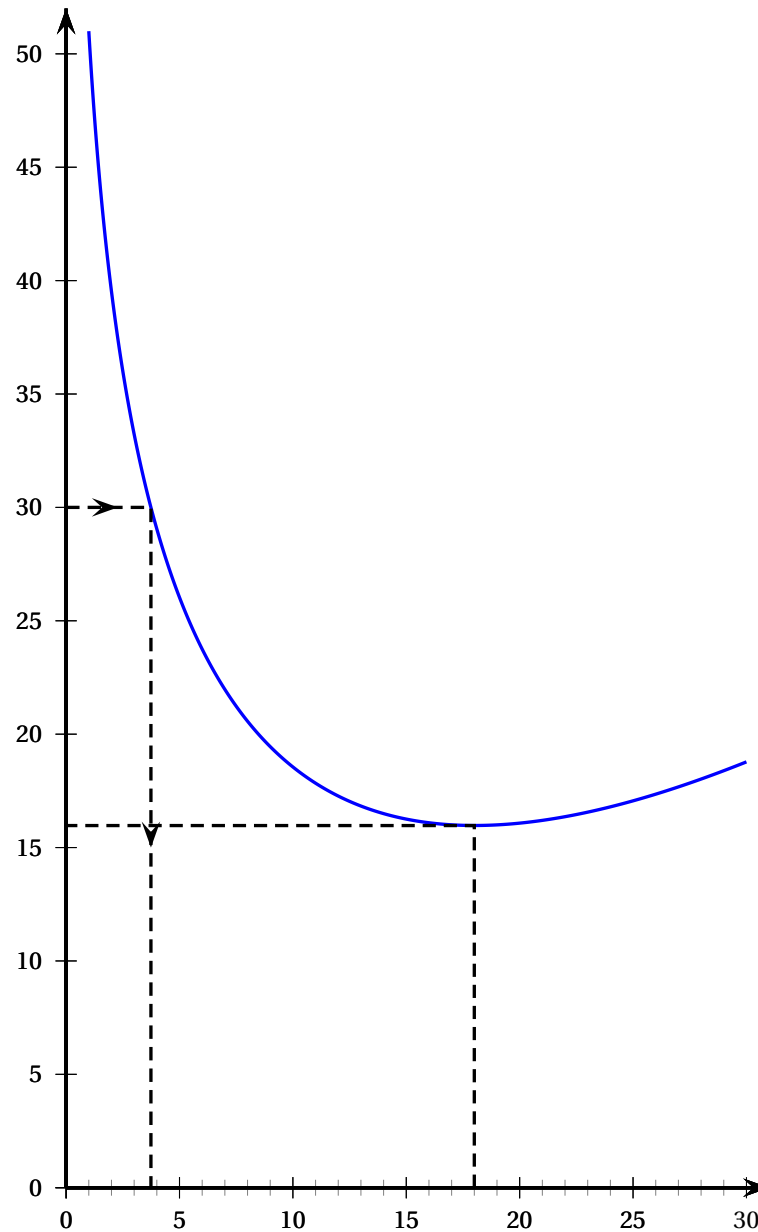
Partie A :

$$f(x) = x + 50 - 18 \ln x.$$

1. Sur l'intervalle $[1 ; 30]$, on a $f'(x) = 1 - 18 \times \frac{1}{x} = 1 - \frac{18}{x} = \frac{x-18}{x}$.
2. Comme $x > 0$, le signe de $f'(x)$ est celui du numérateur $x - 18$.
 - $x - 18 > 0 \iff x > 18$, donc $f'(x) > 0$ sur l'intervalle $]18 ; 30]$;
 - $x - 18 < 0 \iff x < 18$, donc $f'(x) < 0$ sur l'intervalle $[1 ; 18[$;
 - $x - 18 = 0 \iff x = 18$, donc $f'(18) = 0$.
3. De la question précédente, il découle que :
 - f est décroissante sur $[1 ; 18[$ de $f(1) = 51$ à $f(18) = 68 - 18 \ln 18$, puis croissante de $f(18)$ à $f(30) = 80 - 18 \ln 30$.

x	1	5	10	15	18	20	25	30
$f(x)$	51	26,03	18,55	16,26	15,97	16,08	17,06	18,78

5.

**Partie B :**

$g(x) = x^2 + 50x - 18x \ln x$ où x est le nombre de menus fabriqués.

1. Le coût unitaire d'un menu est égal à $\frac{g(x)}{x} = \frac{x^2 + 50x - 18x \ln x}{x} = \frac{x(x + 50 - 18 \ln x)}{x} = x + 50 - 18 \ln x = f(x)$.
2. On a vu que la fonction f a un minimum pour $x = 18$ égal à $f(18) \approx 15,97$.
3. L'horizontale $y = 30$ représente la recette pour un repas et pour x repas servis le coût unitaire est $f(x)$; il faut donc que la droite soit au dessus de la courbe.
La droite $y = 30$ coupe la courbe coût unitaire en un point dont l'abscisse est à peu près : 3,75.
Pour ne pas être en déficit il faut faire au moins 4 repas.