Corrigé du baccalauréat de technicien hôtellerie Métropole juin 2013

EXERCICE 1 **8 points**

1.

Séjours	Nuit avec petit-déjeuner	Demi-pension	Pension complète	Total
Une semaine ou moins	110	2 660	480	3 250
Plus d'une semaine	190	1 140	420	1 750
Total	300	3 800	900	5 000

2.

- $p(A) = \dfrac{900}{5000} = \dfrac{18}{100} = 18\,\% = 0,18$. (dans l'énoncé)
- $p(B) = \dfrac{1750}{5000} = \dfrac{375}{1000} = 37,5\,\% = 0,375$.
- $p(C) = \dfrac{110}{5000} = \dfrac{22}{1000} = 2,2\,\% = 0,022$.

3. **a.** $A \cap B$: « La fiche est celle d'un client ayant séjourné en pension complète pendant plus d'une semaine » ;
$p(A \cap B) = \dfrac{420}{5000} = \dfrac{84}{1000} = 8,4\,\% = 0,084$.

b. $A \cup B$: « La fiche est celle d'un client ayant séjourné en pension complète ou pendant plus d'une semaine » ;
$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \dfrac{900 + 1750 - 420}{5000} = \dfrac{2230}{5000} = \dfrac{446}{1000} = 44,6\,\% = 0,446$.

4. Il y a eu 900 clients ayant séjourné en pension complète; parmi ceux-ci 420 sont restés plus d'une semaine. La probabilité est donc égale à :
$\dfrac{420}{900} = \dfrac{140}{300} \approx 0,467$ au millième près.

EXERCICE 2 **12 points**

1. **a.** Il semble que le coût minimal unitaire (6) soit obtenu quand on fabrique 10 repas. Voir le graphique.

Un repas servi rapporte 18 €. Il faut que ce montant soit supérieur au coût unitaire.

la droite d'équation $y = 18$ coupe la courbe au point d'abscisse 3,5.

Il faut donc qu'il y ait au moins 4 repas servis (le coût unitaire est alors égal à 15 € environ).

2.

$$c(x) = x - 14 + \frac{100}{x}.$$

a. On a $c(8) = 8 - 14 + \dfrac{100}{8} = -6 + 12,5 = 6,5$.
Pour 8 repas servis le coût unitaire est de 6,50 €.

b.
- Coût total de fabrication des 8 repas $= 8 \times 6,50 = 52$ € ;
- Chiffre d'affaires obtenu pour ces 8 repas servis : $8 \times 18 = 144$ € ;
- Bénéfice ainsi réalisé par le restaurateur : $144 - 52 = 92$ €.

3. **a.** Le chiffre d'affaires pour x repas servis est $18x$.

b. x repas ont un coût de fabrication de $x \times c(x) = x\left(x - 14 + \dfrac{100}{x}\right) =$
$x^2 - 14x + 100$
Le résultat est donc égal à : $18x - \left(x^2 - 14x + 100\right) =$
$18x - x^2 + 14x - 100 = -x^2 + 32x - 100.$

$$f(x) = -x^2 + 32x - 100.$$

4. **a.** Sur l'intervalle $[2\,;\,20]$, on a :
$f'(x) = -2x + 32.$

b. • $f'(x) > 0 \iff -2x + 32 > 0 \iff 32 > 2x \iff 16 > x \iff x < 16\,;$
$f'(x) > 0$ sur l'intervalle $[2\,;\,16]$;
• $f'(x) < 0 \iff -2x + 32 < 0 \iff 32 < 2x \iff 16 < x \iff x > 16\,;$
$f'(x) < 0$ sur l'intervalle $[16\,;\,20]$;
• $f'(x) = 0 \iff -2x + 32 = 0 \iff 32 = 2x \iff 16 = x\,;\ f'(16) = 0.$

c. On déduit de la question précédente que f est croissante sur $[2\,;\,16]$ de $f(2) = -4 + 64 - 100 = -40$ à $f(16) = -16^2 + 32 \times 16 - 100 = -256 + 512 - 100 = 156$, puis décroissante sur l'intervalle $[16\,;\,20]$ de 156 à $f(20) = -20^2 + 32 \times 20 - 100 = -400 + 240 - 100 = 140$.

5. On a vu à la question précédente que le résultat est maximal pour $x = 16$ et qu'alors ce résultat est égal à 156 €.

ANNEXE (à remettre avec la copie) : courbe représentative de la fonction *c*