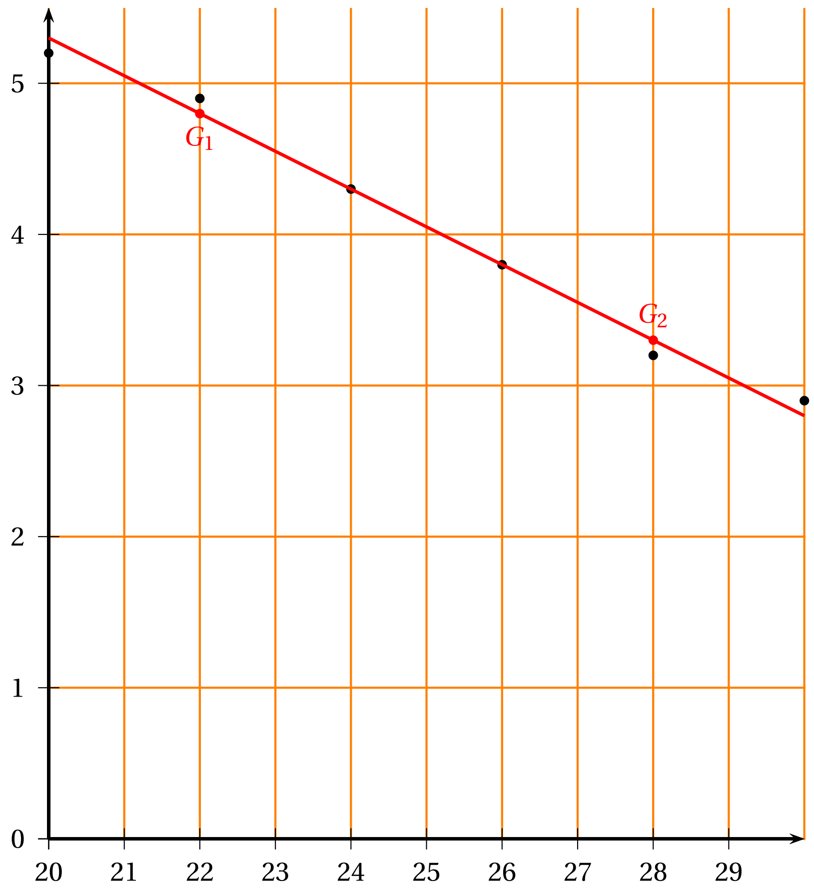
Corrigé du baccalauréat de technicien hôtellerie
Métropole 16 septembre 2010

Exercice 1 **8 points**

1. **a.** Voir à la fin.

 b.



2. **a.** On a $x_{G_1} = \dfrac{20+22+24}{3} = 22$ et $y_{G_1} = \dfrac{5,2+4,9+4,3}{3} = 4,8$.

 $x_{G_2} = \dfrac{26+28+30}{3} = 28$ et $y_{G_2} = \dfrac{3,8+3,2+2,9}{3} = 3,3$.

 b. Voir ci-dessus

3. Une équation de la droite (G_1G_2) est : $y = ax + b$.

 On écrit que G_1 et G_2 appartiennent à cette droite ; leurs coordonnées vérifient l'équation, d'où le système :

 $\begin{cases} 4,8 &= 22a+b \\ 3,3 &= 28a+b \end{cases} \Rightarrow$ (par différence) $-1,5 = 6a \iff a = -0,25$ et en remplaçant par exemple dans la première équation :

 $4,8 = 22 \times (-0,25) + b \iff b = 4,8 + 5,5 = 10,3$.

 Une équation de la droite (G_1G_2) est : $y = -0,25x + 10,3$.

4. En utilisant l'ajustement de la droite (G_1G_2) on obtient avec $x = 23$,
$y = -0,25 \times 23 + 10,3 = -5,75 + 10,3 = 4,55$.
Or $y = \ln n \iff n = \mathrm{e}^y$, soit $n = \mathrm{e}^{4,55} \approx 94,6$, soit environ 95 acheteurs.

EXERCICE 2 **12 points**

Partie A

1. Voir la figure : on voit que pour 80 plateaux le coût unitaire de production est un peu inférieur à 30.

2. Voir la figure : on voit que le coût minimal unitaire (20) soit obtenu pour une production de 50 plateaux.
Le coût total de cette production est alors égal à $50 \times 20 = 1\,000$ €.

Partie B

$$f(x) = 0,01x^2 - x + 45.$$

1. x plateaux au coût unitaire de $0,01x^2 - x + 45$ coûtent $x\left(0,01x^2 - x + 45\right) = 0,01x^3 - x^2 + 45x$.

2. Le bénéfice est la différence entre la recette $45x$ et le coût $0,01x^3 - x^2 + 45x$, soit :
$B(x) = 45x - \left(0,01x^3 - x^2 + 45x\right) = 45x - 0,01x^3 + x^2 - 45x = -0,01x^3 + x^2$.

3. **a.** Sur l'intervalle $[0\,;\,100]$: $B'(x) = 3 \times (-0,01x^2 + 2x = -0,03x^2 + 2x = x(2 - 0,03x)$.

b. Le signe de $B'(x)$ est celui de $2 - 0,03x$, donc :

- $2 - 0,03x > 0 \iff 2 > 0,03x \iff \dfrac{2}{0,03} > x \iff x < \dfrac{200}{3} \approx 66,66$.
Donc $B'(x) > 0$ sur $\left[0\,;\,\dfrac{200}{3}\right]$;
- $2 - 0,03x < 0 \iff 2 < 0,03x \iff \dfrac{2}{0,03} < x \iff x > \dfrac{200}{3} \approx 66,66$.
Donc $B'(x) < 0$ sur $\left[\dfrac{200}{3}\,;\,100\right]$;
- $2 - 0,03x = 0 \iff 2 = 0,03x \iff \dfrac{2}{0,03} = x \iff x = \dfrac{200}{3} \approx 66,66$.
Donc $B'\left(\dfrac{200}{3}\right) = 0$;

c. De la question précédente on déduit que la fonction B est croissante sur $\left[0\,;\,\dfrac{200}{3}\right]$ de $B(0) = 0$ à $B\left(\dfrac{200}{3}\right) = \left(\dfrac{200}{3}\right)^2 - 0,01\left(\dfrac{200}{3}\right)^3 \approx 1\,481,48$, puis décroissante de $1\,481,48$ à $B(100) = 0$.

4. Le bénéfice est maximal quand la dérivée s'annule soit pour $x = \dfrac{200}{3}$.
Or $B(66) = 1\,481,04$ et $B(67) = 1\,481,37$.
Le bénéfice est maximal pour une production de 67 plateaux.

ANNEXE à rendre avec la copie de mathématiques

EXERCICE N° 1 question 1. a.

Prix x_i en euros	20	22	24	26	28	30
Nombre n_i de clients intéressés	180	135	74	45	25	18
$y_i = \ln n_i$	5,2	4,9	4,3	3,8	3,2	2,9

EXERCICE N° 2 partie A, questions 1. et 2.