

∞ Corrigé du baccalauréat de technicien hôtellerie ∞
Polynésie juin 2009

EXERCICE 1

10 points

I Étude du 1^{er} contrat :

- Augmenter chaque année de 5 %, c'est multiplier par $1 + \frac{5}{100} = 1 + 0,05 = 1,05$, donc :
 $u_1 = u_0 \times 1,05 = 20\,000 \times 1,05 = 21\,000 \text{ €}$;
 $u_2 = u_1 \times 1,05 = 21\,000 \times 1,05 = 22\,050 \text{ €}$.
- On a pour tout naturel n , $u_{n+1} = 1,05u_n$.
- La suite (u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_0 = 20\,000$ et de raison $r = 1,05$.
- On sait que pour tout naturel n , $u_n = u_0 r^n$, soit $u_n = 20\,000 \times 1,05^n$.
- 2019 correspond à $n = 9$, donc :
 $u_9 = 20\,000 \times 1,05^9 \approx 31\,026,56 \text{ €}$.

II Étude du 2^e contrat :

- On a $v_1 = 20\,000 + 1\,150 = 21\,150$;
 $v_2 = v_1 + 1\,150 = 21\,150 + 1\,150 = 22\,300$.
- Chaque année le loyer coûte 1 150 de plus, donc $u_{n+1} = u_n + 1\,150$.
- La suite (v_n) est donc une suite arithmétique de premier terme $v_0 = 20\,000$ et de raison $r = 1\,150$.
- On sait que $v_n = v_0 + nr$, soit ici $v_n = 20\,000 + 1\,150n$.
- 2019 correspond à $n = 9$, donc :
 $v_9 = 20\,000 + 1\,150 \times 9 = 20\,000 + 10\,350 = 30\,350 \text{ €}$.

III Comparaison :

Les sommes des loyers payés pendant 10 ans sont respectivement :

$$U_n = u_0 + u_1 + \dots + u_9 \text{ et } V_n = v_0 + v_1 + \dots + v_9.$$

- On a $U_n = \frac{u_{10} - u_0}{1,05 - 1} = \frac{20\,000 \times 1,05^{10} - 20\,000}{0,05} \approx 251\,557,85 \text{ €}$;
- On a $V_n = \frac{1}{2} \times 10(u_0 + u_9) = 251\,750 \text{ €}$.

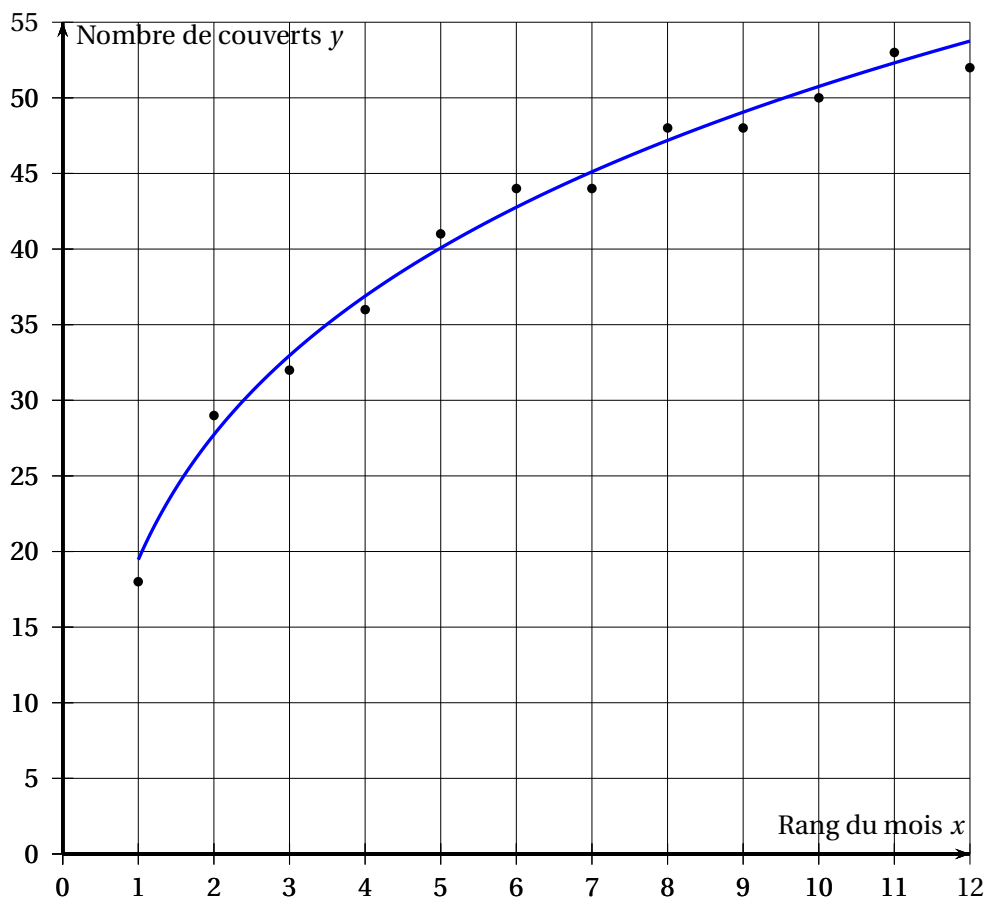
La formule 1 est la plus avantageuse.

EXERCICE 2

10 points

I Étude d'une série statistique :

1.



2. Si on écarte le premier point un ajustement affine semble pertinent.

II Étude d'une fonction :

$$f(x) = 10 \ln(x^2 + 6x).$$

1. a. On sait que si u est une fonction dérivable, la dérivée de la fonction $\ln u$ est la fonction $\frac{u'}{u}$.

Donc sur l'intervalle $[1; 12]$, avec $u(x) = x^2 + 6x$, $u'(x) = 2x + 6$, d'où :

$$f'(x) = 10 \times \frac{2x + 6}{x^2 + 6x}.$$

b. $x^2 + 6x = x(x+6)$ est de produit de termes positifs : il est positif comme 10, donc le signe de $f'(x)$ est celui de $2x + 6 = 2(x+3)$; ce produit est également positif pour tout x de l'intervalle $[1; 12]$.

Donc $f'(x) > 0$ donc f est croissante de $f(1) = 10 \ln(1 + 6) = 10 \ln 7 \approx 19,46$ à $f(12) = 10 \ln(144 + 72) = 10 \ln 216 \approx 53,8$.

2.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$f(x)$	19,5	27,7	33,0	36,9	40,1	42,8	45,1	47,2	49,1	50,8	52,3	53,8

3. Voir plus haut.

III Application :

Février 2009 correspond à $x = 14$. En utilisant l'ajustement par la fonction f , on a :

$$f(14) = 10 \ln(14^2 + 6 \times 14) = 10 \ln 280 \approx 56,3 \text{ soit environ } 53 \text{ couverts.}$$