

❧ Corrigé du baccalauréat de technicien hôtellerie ❧
Polynésie juin 2010

EXERCICE 1

7 points

	Nombre de personnes	Satisfaites du gîte A	Non satisfaites du gîte A	Total
1.	Satisfaites du gîte B	42	30	72
	Non satisfaites du gîte B	36	12	48
	Total	78	42	120

2. Dans cette question les résultats seront donnés sous forme décimale

a. Calculer

$$p(A) = \frac{78}{120} = \frac{13}{20} = \frac{65}{100} = 0,65.$$

$$p(B) = \frac{72}{120} = \frac{6}{10} = \frac{60}{100} = 0,60.$$

$$p(C) = \frac{42}{120} = \frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 0,35.$$

$$p(D) = \frac{78}{120} + \frac{66}{120} = \frac{11}{20} = \frac{55}{100} = 0,55.$$

b. $A \cup B$: « La personne est satisfaite du gîte A ou du gîte B ».

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(C) = \frac{78}{120} + \frac{72}{120} - \frac{42}{120} = \frac{108}{120} = \frac{36}{40} = \frac{9}{10} = 0,9.$$

3. Sur les 72 personnes satisfaites du gîte B, 42 sont satisfaites du gîte A, soit une probabilité égale à :

$$\frac{42}{72} = \frac{7}{12} \approx 0,583, \text{ soit } 0,58 \text{ au centième près.}$$

EXERCICE 2

13 points

Partie A

Étude d'une fonction

$$f(x) = -0,5x^2 + 64x - 950.$$

1. Sur l'intervalle $[20; 100]$, on a : $f'(x) = 2 \times (-0,5x) + 64 = -x + 64$.

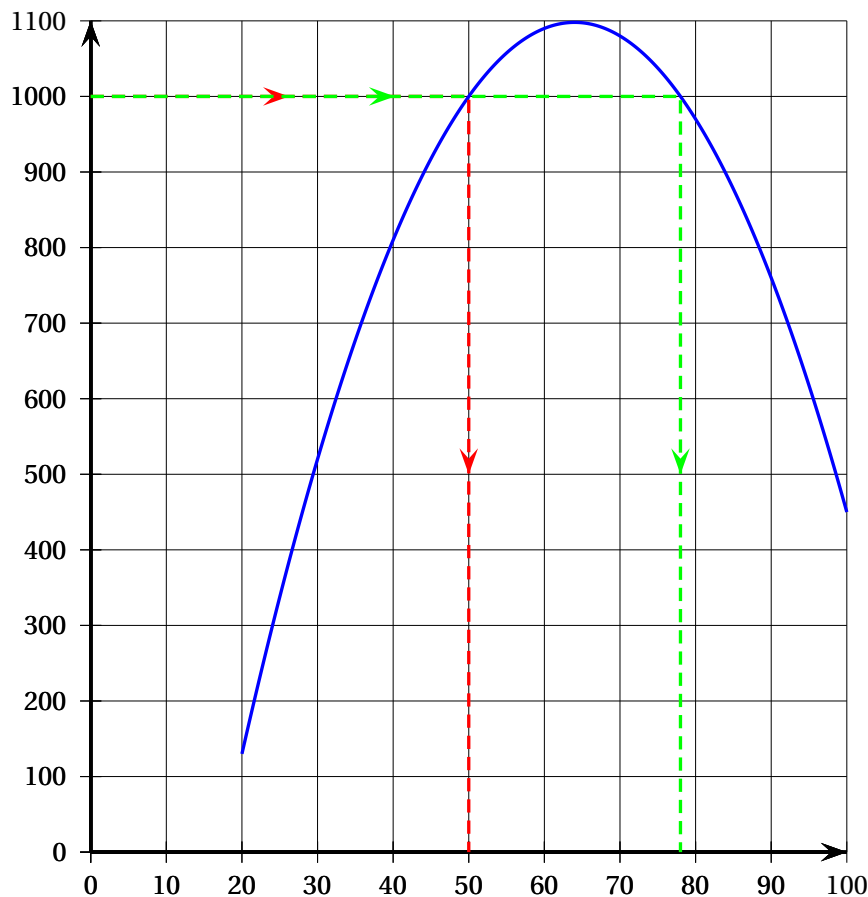
2. • $-x + 64 > 0 \iff 64 > x \iff x < 64$, donc $f'(x) > 0$ sur $[20; 64]$;
 • $-x + 64 < 0 \iff 64 < x \iff x > 64$, donc $f'(x) < 0$ sur $[64; 100]$;
 • $-x + 64 = 0 \iff 64 : x \iff x = 64$, donc $f'(64) = 0$.

La fonction f est croissante sur $[20; 64]$ de $f(20) = -0,5 \times 20^2 + 64 \times 20 - 950 = -200 + 1280 - 950 = 130$ à $f(64) = -0,5 \times 64^2 + 64 \times 64 - 950 = 1098$, puis décroissante de $f(64) = 1098$ à $f(100) = 450$.

3. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :

x	20	30	40	50	60	64	70	80	100
$f(x)$	130	520	810	1 000	1 090	1 098	1 080	970	450

4.



5. On a $f(x) = 1000 \Leftrightarrow -0,5x^2 + 64x - 950 = 1000 \Leftrightarrow -0,5x^2 + 64x - 1950$.

C'est une équation du second degré.

$$\Delta = 64^2 - 4 \times 0,5 \times 1950 = 4096 - 3900 = 196 = 14^2.$$

$\Delta > 0$: il y a donc deux solutions :

$$x_1 = \frac{-64 + 14}{2 \times (-0,5)} = \frac{-50}{-1} = 50 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-64 - 14}{2 \times (-0,5)} = \frac{-78}{-1} = 78.$$

Graphiquement on retrouve les mêmes solutions.

6. On voit sur le graphe que $f(x) \geq 1000$ lorsque $50 \leq x \leq 78$.

Partie B

Étude du bénéfice pour un dimanche

$$B(x) = -0,5x^2 + 64x - 950.$$

1. On a $B(x) = f(x)$ et on a vu que le maximum de la fonction f est obtenu pour $x = 64$, ce bénéfice étant alors égal à 1 098 €.

2. On a vu dans la partie précédente que le bénéfice est au moins égal à 1 000 si x est entre 50 et 78 (ces deux valeurs comprises).

Partie C

Évolution du nombre de couverts par mois

1. On a :

$$u_1 = u_0 + 30 = 168 + 30 = 198;$$

$$u_2 = u_1 + 30 = 198 + 30 = 228.$$

2. On reconnaît une suite arithmétique de raison 30 de premier terme 168..

3. On sait que $u_n = u_0 + nr$ (avec r raison de la suite), donc :

$$u_n = 168 + 30n.$$

4. En décembre 2009, il y a eu 11 augmentations, donc le nombre de couverts servis en décembre 2009 est égal à : $u_{11} = 168 + 30 \times 11 = 168 + 330 = 498$.

5. Il faut calculer :

$$S_{11} = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{11}. \text{ En écrivant :}$$

$$S_{11} = u_{11} + u_{10} + \dots + u_1 + u_0 \text{ et en calculant la somme on obtient :}$$

$$2S_{11} = (198 + 498 + (228 + 468) + \dots + (468 + 228) + (498 + 198) =$$

$$12 \times (198 + 498) = 12 \times 696 = 8392, \text{ donc } S_{11} = 4196.$$

4 196 couverts ont donc été servis au cours de l'année 2009.