

Corrigé du baccalauréat de technicien hôtellerie
Polynésie 11 juin 2015

L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques
est autorisé.

EXERCICE 1

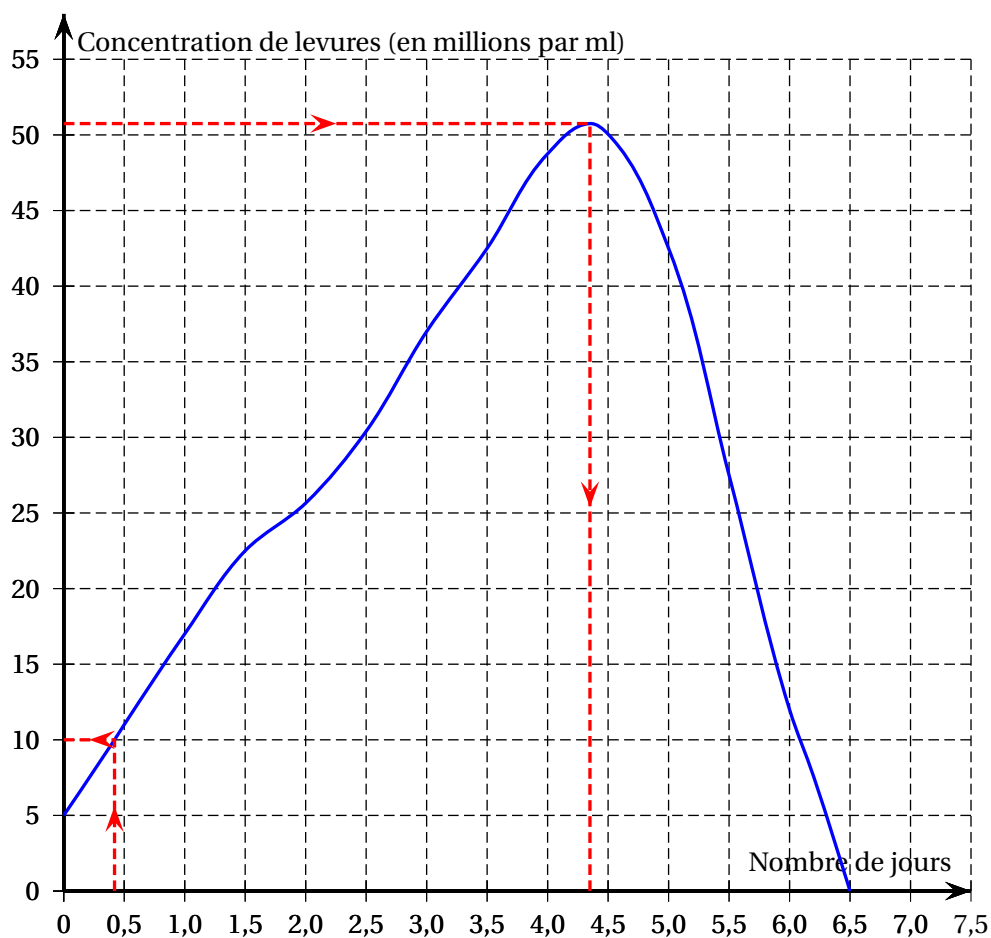
9 points

1. Sur les 600 clients, 50 n'ont rien choisi, donc 550 ont choisi une activité ;
10 % de ces 550 personnes ont choisi la randonnée d'une journée soit
$$\frac{10}{100} \times 550 = 55.$$
2. Voir l'annexe à la fin.
3.
 - a. $p(A) = \frac{150}{600} = \frac{1}{4} = 0,25.$
 $p(B) = \frac{240}{600} = \frac{40}{100}$ (dans l'énoncé)
 - b. $A \cap B$: « la fiche a été remplie par un homme ayant choisi l'option
promenade de deux heures ».
$$p(A \cap B) = \frac{105}{600} = \frac{15 \times 7}{15 \times 40} = \frac{7}{40}.$$
 - c. $A \cup B$: « la fiche a été remplie par un homme ou un une personne
ayant choisi l'option promenade de deux heures ».
$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{150}{600} + \frac{240}{600} - \frac{105}{600} = \frac{285}{600} = \frac{57}{120} = \frac{19}{40}.$$
4. On ne considère plus que 550 fiches.
Il y a eu 105 hommes intéressés par la promenade et 95 par la découverte.
La probabilité est donc égale à : $\frac{200}{550} = \frac{20}{55} = \frac{4}{11}.$

EXERCICE 2

11 points

Partie A



1. La phase aérobie dure 10 heures. Or $\frac{10}{24} \approx 0,42$. La verticale tracée à partir du point $(0,42; 0)$ coupe la courbe en un point dont l'ordonnée est à peu près égale à 10 : la concentration de levures est à ce moment là à peu près 10 millions par ml.
2. Le point le plus haut de la courbe a à peu près pour abscisse :
 $4,35 = 4 + 0,35 = 4$ (j) $0,35 \times 24$ (h) = 4 (j) 8,4 (h) soit 4 jours et 8 heures et demie.
 L'ordonnée du point le plus haut est à peu près de 51 millions par ml.
3. La concentration devient nulle au bout de 6 jours et demi.

Partie B

$$f(x) = (-3,66x + 23,8)e^{0,5x} - 18,8$$

1. Étude du modèle

- a. Sur l'intervalle $[0; 6,5]$, $f'(x) = -3,66e^{0,5x} + 0,5(-3,66x + 23,8)e^{0,5x} = e^{0,5x}(-3,66 - 0,5 \times 3,66x + 0,5 \times 23,8) = e^{0,5x}(-3,66 - 1,83x + 11,9) = (-1,83x + 8,24)e^{0,5x}$.

- b.** On sait que que soit le réel x , $e^{0,5x} > 0$, donc le signe de $f'(x)$ est celui de $(-1,83x + 8,24)$. Or :
- $-1,83x + 8,24 > 0 \iff 8,24 > 1,83x \iff \frac{8,24}{1,83} > x \iff x < 4,50$
(au dixième près) ;
 - $-1,83x + 8,24 < 0 \iff 8,24 < 1,83x \iff \frac{8,24}{1,83} < x \iff x > 4,50$
(au dixième près) ;
 - $-1,83x + 8,24 = 0 \iff 8,24 = 1,83x \iff \frac{8,24}{1,83} = x \iff x = 4,50$
(au dixième près) ;
- c.** Les résultats précédents montrent que :
- La fonction f est croissante sur l'intervalle $[0 ; 4,5]$;
 La fonction f est décroissante sur l'intervalle $[4,5 ; 6,5]$;
 $f(4,5)$ est le maximum de la fonction f sur $[0 ; 6,5]$.
- d.** Sur l'intervalle $[5 ; 6,5]$:
- la fonction f est décroissante ;
 - $f(5) = (-3,66 \times 5 + 23,8)e^{0,5 \times 5} - 18,8 = 5,5e^{2,5} - 18,8 \approx 48,2$;
 - $f(6,5) = (-3,66 \times 6,5 + 23,8)e^{0,5 \times 6,5} - 18,8 = 0,01e^{3,25} - 18,8 \approx -18,5$.
- Il existe donc un réel unique $\alpha \in [5 ; 6,5]$, tel que $f(\alpha) = 0$.

La calculatrice donne :

$$f(6) \approx 18,2 \text{ et } f(6,5) \approx -18,5, \text{ donc } 6 < \alpha < 6,5 ;$$

$$f(6,2) \approx 5,8 \text{ et } f(6,3) \approx -1,5, \text{ donc } 6,2 < \alpha < 6,3 ;$$

$$f(6,28) \approx 0,03 \text{ et } f(6,29) \approx -0,7, \text{ donc } 6,28 < \alpha < 6,29.$$

Conclusion $f(\alpha) = 0$ pour $\alpha \approx 6,3$ au dixième près.

2. Application

Selon ce modèle :

- a.** On a vu que la concentration est maximale pour $x = \frac{8,24}{1,83}$.

Or $\frac{8,24}{1,83} \approx 4,50273$ soit 4 jours et 0,50273 \times 24 = 12,0656 soit environ 4 jours et demi.

Cette concentration est alors égale à :

$$f\left(\frac{8,24}{1,83}\right) = \left(-3,66 \times \frac{8,24}{1,83} + 23,8\right) e^{0,5 \times \frac{8,24}{1,83}} - 18,8 \approx 50,7452 \approx 50,75 \text{ au centième près.}$$

- b.** On a vu que $f(\alpha) = 0$ et que $\alpha \approx 6,29$ soit 6 jours et 0,29 \times 24 = 6,96, donc la concentration de levures mesurée au cœur du brassin est nulle approximativement après 4 jours et 7 heures.

Annexe à rendre avec la copie**Exercice 1 :**

Fiches	Intéressés par aucune des options	Intéressés par l'option « promenade »	Intéressés par l'option « découverte »	Intéressés par l'option « randonnée »	Total
Hommes	10	105	95	30	240
Femmes	40	45	250	25	360
Total	50	150	345	55	600