Durée : 4 heures

Corrigé du baccalauréat S Polynésie juin 2004

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

1. X suit la loi de durée de vie sans vieillissement ou encore loi exponentielle de paramètre λ ; donc

$$p(X > 10) = \mathrm{e}^{-10\lambda} = 0,286 \iff -10\lambda = \ln 0,286$$

ou encore $\lambda = -\dfrac{\ln 0,286}{10}$.

La calculatrice donne $\lambda = 0,125$ à 10^{-3} près.

2. 6 mois = 0,5 année. On a donc $p(X \leqslant 0,5) = 1 - \mathrm{e}^{-0,125\times 0,5} = 1 - \mathrm{e}^{-0,0625} \approx 0,061$.

3. L'appareil ayant déjà fonctionné 8 ans, la probabilité qu'il ait une durée de vie supérieure dix ans est égale à $p_{(X>8}(X > 10) = \dfrac{p[(X > 10) \cap (X > 8)]}{p(X > 8)} = \dfrac{p(X > 10)}{p(X > 8)} = \dfrac{\mathrm{e}^{-0,125\times 10}}{\mathrm{e}^{-0,125\times 8}} = \mathrm{e}^{-0,125\times 2} \approx 0,779$.

4. On a ici un schéma de Bernoulli, avec comme succès le fait pour un oscilloscope d'avoir une durée de vie supérieure à 10 ans, dont la probabilité est égale à 0,286 et un nombre d'appareils égal à 15.

   La probabilité de n'avoir aucun oscilloscope en état de marche au bout de 10 ans est donc : $(1 - 0,286)^{15} = 0,714^{15}$.

   Donc inversement la probabilité d'avoir au moins un oscilloscope en état de marche au bout de 10 ans est égale à :

$$1 - 0,714^{15} \approx 0,994.$$

5. On reprend la question précédente avec non plus 15, mais n oscilloscopes. La probabilité qu'au moins 1 sur les n oscilloscopes fonctionne après 10 ans est donc : $1 - 0,714^n$.

   Il faut chercher le plus petit naturel n tel que

$$1 - 0,714^n \geqslant 0,999 \iff 0,001 \geqslant 0,714^n \iff \ln 0,001 \geqslant n \ln 0,714$$

(par croissance de la fonction ln), soit finalement $\dfrac{\ln 0,001}{\ln 0,714} \leqslant n$

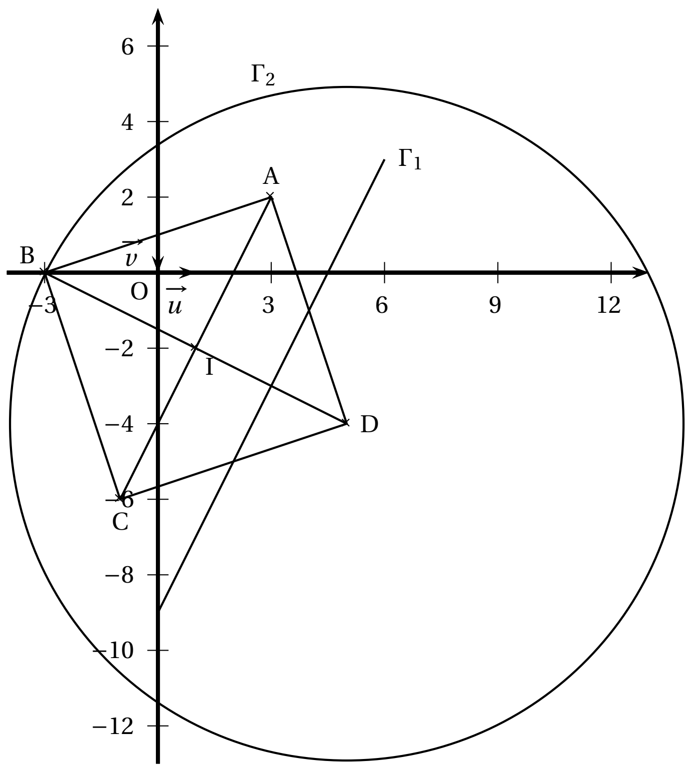
(car $\ln 0,714 < 0$).

La calculatrice donne $20,5 \leqslant n$.

Le premier naturel convenant est donc 21.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidat n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité



1. **a.**

 b. $Z = \dfrac{z_I - z_A}{z_I - z_B} = \dfrac{-2-4i}{4-2i} = \dfrac{1+2i}{i-2} = \dfrac{(1+2i)(-2-i)}{(i-2)(-2-i)} = \dfrac{-5i}{5} = -i.$

 On en déduit pour le module que $|Z| = 1 \iff \dfrac{IA}{IB} = 1 \iff IA = IB$.

 De même pour l'argument : $\arg Z = -\dfrac{\pi}{2} \quad [2\pi]$, soit $\left(\overrightarrow{BI}\ ;\ \overrightarrow{BI}\right) = -\dfrac{\pi}{2} \quad [2\pi]$.

 Conclusion le triangle IAB est rectangle (en I) et isocèle (en I).

 c. Par définition de l'homothétie : $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AI} \iff$

 $z_{\overrightarrow{AC}} = z_{2\overrightarrow{AI}} \iff z_C - z_A = 2(z_I - z_A) \iff z_C = 2z_I - z_A$.

 Donc $z_C = 2(1-2i) - 3 - 2i = -1 - 6i$.

$$\boxed{z_C = -1 - 6i}$$

 d. Par définition du barycentre qui existe puisque $1 - 1 + 1 \neq 0$, on a

 $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0} \quad (1)$: avec d comme affixe de D on obtient :

 $3 + 2i - d + d + 3 - 1 - 6i - d = 0 \iff d = 5 - 4i$.

$$\boxed{z_D = 5 - 4i}.$$

 e. L'égalité (1) peut s'écrire $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$ ou encore en ajoutant le vecteur $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$ qui signifie que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

 Par définition de l'homothétie I est le milieu de [AC] (affixe : $1 - 2i$ et on vérifie que c'est aussi le milieu de [BD]. Le quadrilatère ABCD a donc pour centre I et d'après la question 1. b. les diagonales sont perpendiculaires et ont même longueur : ABCD est donc un carré de centre I.

2. Dans l'égalité $\left\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = \dfrac{1}{2}\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\right\|$, faisons intervenir à gauche le barycentre D et dans le membre de droite le milieu I (isobarycentre) de A et de C.

$$\left\|\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DC}\right\| = \frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right\| \iff$$

$\left\|\overrightarrow{MD}\right\| = \frac{1}{2}\left\|2\overrightarrow{MI}\right\| \iff \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MI} \iff MD = MI.$

L'ensemble Γ_1 est donc l'ensemble des points équidistants de D et de I : c'est donc la médiatrice de [DI].

1. On vérifie que $\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BB}+\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC} = \left\|2\overrightarrow{BI}\right\| = BD = AC = |-4-8i| = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$.
Le point B apartient à Γ_2.

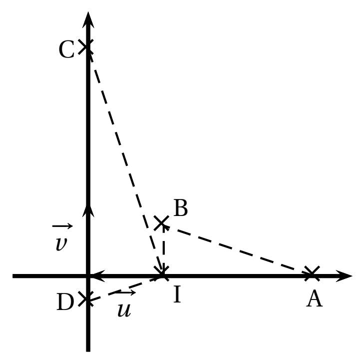
On a vu que $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MD}\right\| = MD$.

Les points M cherchés vérifient donc $DM = 4\sqrt{5}$; ces points appartiennent au cercle de centre D et de rayon $4\sqrt{5}$.

Exercice 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

1.



2. On a $s : \begin{cases} A & \longmapsto & B \\ C & \longmapsto & D \\ [AC] & \longmapsto & [BD] \end{cases}$

On sait que $CD = kAB$, k étant le rapport de la simlitude ; donc $k = \dfrac{CD}{AB} = \dfrac{\left\|\overrightarrow{CD}\right\|}{\left\|\overrightarrow{AB}\right\|} = \dfrac{|-1-i|}{|3i-3|} = \dfrac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \dfrac{1}{3}$.

D'autre part l'angle de la similitude θ est donné par $\theta = \left(\overrightarrow{AC}\right) ; \left(\overrightarrow{BD}\right) = \arg\dfrac{z_D - z_B}{z_C - z_A} = \arg\dfrac{-1-i}{3i-3} = \arg\dfrac{i}{3} = \dfrac{\pi}{2} \quad [2\pi]$.

s est donc la similitude de rapport $\dfrac{1}{3}$ et d'angle $\dfrac{\pi}{2} \quad [2\pi]$.

3. L'écriture complexe de la similitude directe s est : $z' = \alpha z + \beta$.

En utilisant les points A et C et leurs images, on obtient :

$\begin{cases} 1 + \dfrac{2}{3}i & = & 3\alpha + \beta \\ -\dfrac{1}{3}i & = & 3\alpha i + \beta \end{cases}$, d'où par différence

$1 + i = 3\alpha(1-i) \iff \alpha = \dfrac{1+i}{3(1-i)} = \dfrac{(1+i)^2}{3\times(1+1)} = \dfrac{1}{3}i$.

On en déduit ensuite que $\beta = 1 + \dfrac{2}{3}i - i = 1 - \dfrac{1}{3}i$.

L'écriture complexe de s est donc : $z' = \dfrac{1}{3}iz + 1 - \dfrac{1}{3}i$.

Rem. : on pouvait également remarquer que le rapport de la similitude avait pour module $\dfrac{1}{3}$ et pour argument $\dfrac{\pi}{2}$. D'où $\alpha = \dfrac{1}{3}i$.

Le centre I de la similitude est le point invariant : donc $z_{\text{I}} = \frac{1}{3}\text{i}z_{\text{I}} - \frac{1}{3}\text{i} \iff z_{\text{I}}\left(1 - \frac{1}{3}\text{i}\right) = 1 - \frac{1}{3}\text{i} \iff z_{\text{I}} = 1$.

Le centre de s est le point I d'affixe 1.

4. Avec $M'\left(x' ;\ y'\right)$ et $M(x ;\ y)$, $M' = s(M)$ se traduit par le système :

$$\left\{\begin{array}{lll} x' & = & -\frac{1}{3}y + 1 \\ y' & = & \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} \end{array}\right.$$

5. $M_{n+1} = s\left(M_n\right)$

6. $r_n = |z_n - 1|$. Donc

$r_{n+1} = |z_{n+1} - 1| = \frac{1}{3}\text{i}z_n + 1 - \frac{1}{3}\text{i} - 1 = \left|\frac{1}{3}\text{i}\left(z_n - 1\right)\right| = \left|\frac{1}{3}\text{i}\right| |z_n - 1| = \frac{1}{3}r_n$.

Conclusion : $r_{n+1} = \frac{1}{3}r_n$ signifie que la suite (r_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$.

Le premier terme est $r_0 = |z_0 - 1| = |3 - 1| = 2$.

7. $\text{I}M_k = |z_k - 1| = r_k$.

On a donc, quel que soit $n \in \mathbb{N}$, $z_n = 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n$.

$\text{I}M_k \leqslant 10^{-3} \iff r_k \leqslant 10^{-3} \iff 2\times\left(\frac{1}{3}\right)^k \leqslant 10^{-3} \iff \left(\frac{1}{3}\right)^k \leqslant 0{,}0005 \iff$

$k\ln\left(\frac{1}{3}\right) \leqslant \ln(0{,}0005)$ (par croissance de la fonction ln), puis $k \geqslant \frac{\ln 0{,}0005}{-\ln 3}$ (car $-\ln 3 < 0$ et enfin $k \geqslant 6{,}91\ldots$.

La première valeur naturelle satisfaisante est 7.

EXERCICE 3 6 points

1. a. On a $1 + k\text{e}^x > 0$, car tous les termes sont supérieurs à zéro.

La fonction f_k somme de quotients de fonctions dérivables (le dénominateur étant non nul) est elle-même dérivable et

$f_k'(x) = 1 + \frac{-k\text{e}^x\left(1 + k\text{e}^x\right) - \left(1 - k\text{e}^x\right) \times k\text{e}^x}{\left(1 + k\text{e}^x\right)^2}$

$f_k'(x) = 1 - \frac{2k\text{e}^x}{\left(1 + k\text{e}^x\right)^2} = \frac{1 + k^2\text{e}^{2x}}{\left(1 + k\text{e}^x\right)^2}$.

Donc $2f_k'(x) = \frac{2 + 2k^2\text{e}^{2x}}{\left(1 + k\text{e}^x\right)^2}$.

Or $f_k(x) - x = \frac{1 - k\text{e}^x}{1 + k\text{e}^x}$, donc $\left(f_k(x) - x\right)^2 = \left(\frac{1 - k\text{e}^x}{1 + k\text{e}^x}\right)^2$ et

$\left(f_k(x) - x\right)^2 + 1 = \left(\frac{1 - k\text{e}^x}{1 + k\text{e}^x}\right)^2 + 1 = \frac{2 + 2k^2\text{e}^{2x}}{\left(1 + k\text{e}^x\right)^2}$.

Conclusion $f_k(x)$ est bien solution de l'équation différentielle :

$2y' = (y - x)^2 + 1$.

b. De façon évidente $(y - x)^2 + 1 \geqslant 1 > 0$; il en est de même pour $2y'$ et donc pour y'.

Conclusion la fonction $f_k(x)$ (comme toutes les solutions de l'équation différentielle), est croissante sur $\mathbb{R}$.

2. Si $\mathscr{C}$ contient O, alors $f_k(0) = 0 \iff \frac{1 - k}{1 + k} = 0 \iff k = 1$.

$\mathscr{C}$ correspond à la fonction f_1.

De même si $\mathscr{C}'$ contient A(1 ; 1), alors $f_k(1) = 1 \iff 1 + \dfrac{1-k\mathrm{e}}{1+k\mathrm{e}} = 1 \iff \dfrac{1-k\mathrm{e}}{1+k\mathrm{e}} = 0 \iff 1 = k\mathrm{e} \iff k = \dfrac{1}{\mathrm{e}}$.
$\mathscr{C}'$ correspond à la fonction $f_{\frac{1}{\mathrm{e}}}$.

3. On a $k > 0$.

- Position de $\mathscr{C}_k$ par rapport à D :
  $f_k(x) = x - 1 + \dfrac{2}{1+k\mathrm{e}^x} \iff f_k(x) - (x-1) = \dfrac{2}{1+k\mathrm{e}^x}$.
  Tous les termes du second membre sont supérieurs à zéro ; le quotient aussi.
  $f_k(x) - (x-1) > 0$ et ce, quel que soit $x \in \mathbb{R}$ signifie que $\mathscr{C}_k$ est au dessus de D.
- Position de $\mathscr{C}_k$ par rapport à D$'$:
  $f_k(x) = x + 1 - \dfrac{2k\mathrm{e}^x}{1+k\mathrm{e}^x} \iff f_k(x) - (x+1) = -\dfrac{2k\mathrm{e}^x}{1+k\mathrm{e}^x}$.
  Tous les termes du quotient sont supérieurs à zéro ; le second membre est donc inférieur à zéro.
  $f_k(x) - (x+1) < 0$ et ce, quel que soit $x \in \mathbb{R}$ signifie que $\mathscr{C}_k$ est au dessous de D$'$.

Donc les courbes $\mathscr{C}_k$ sont dans la bande limitée par les droites parallèles D et D$'$.

- Limite en $+\infty$:
  $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{2}{1+k\mathrm{e}^x} = 0$ entraîne que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f_k(x) - (x-1) = 0$, ce qui signifie que la droite D est asymptote à $\mathscr{C}_k$ au voisinage de plus l'infini.
- Limite en $-\infty$:
  $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \frac{2k\mathrm{e}^x}{1+k\mathrm{e}^x} = 0$ entraîne que $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f_k(x) - (x+1) = 0$, ce qui signifie que la droite D$'$ est asymptote à $\mathscr{C}_k$ au voisinage de moins l'infini.

4. $k = 1$

a. $f_1(x) = x + \dfrac{1-\mathrm{e}^x}{1+\mathrm{e}^x}$, donc $f_1(-x) = -x + \dfrac{1-\mathrm{e}^{-x}}{1+\mathrm{e}^{-x}} = -x + \dfrac{\mathrm{e}^x - 1}{\mathrm{e}^x + 1} = -\left[x + \dfrac{1-\mathrm{e}^x}{1+\mathrm{e}^x}\right]$
$= -f_1(x)$, quel que soit $x \in \mathbb{R}$: la fonction f_1 est impaire.

b. $F(x) = \displaystyle\int_0^x f_1(t)\,\mathrm{d}t$.

- Si $x > 0$ comme $f_1(0) = 0$ et que f_1 est croissante $f_1(x) > 0$, donc $F(x)$ représente l'aire (en unités d'aire) de la surface limitée par la courbe $\mathscr{C}_1$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite verticale contenant le point $(x ; 0)$.
- Si $x < 0$, $f_1(x) < 0$; donc $F(x) = \displaystyle\int_0^x f_1(t)\mathrm{d}t = -\int_x^0 f_1(t)\mathrm{d}t = \int_x^0 \left[-f_1(t)\right]\mathrm{d}t$: donc $F(x)$ représente l'aire de la surface limitée par l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}_1$, la droite passant par le point $(x ; 0)$ et l'axe des ordonnées.

L'imparité de f_1 entraîne la symétrie de sa courbe représentative $\mathscr{D}$ autour de l'origine.
Il en résulte que pour deux valeurs opposées de x, l'aire représentée par $F(x)$ est la même. Soit $F(x) = F(-x)$: la fonction F est paire.

c. La positivité de f_1 sur $\mathbb{R}_+$ entraîne la croissance de F sur $\mathbb{R}_+$; la parité de F entraîne la décroissance de F sur $\mathbb{R}_-$.

d. En utilsant l'égalité (2), $F(x) = \displaystyle\int_0^x \left(t + 1 - \frac{2\mathrm{e}^t}{1+\mathrm{e}^t}\right)\mathrm{d}t$.

Or $\left(\ln\left(1+\mathrm{e}^t\right)\right)' = \dfrac{\mathrm{e}^t}{1+\mathrm{e}^t}$, donc
$F(x) = \left[\dfrac{t^2}{2} + t - 2\ln\left(1+\mathrm{e}^t\right)\right]_0^x = \dfrac{x^2}{2} + x - 2\ln\left(1+\mathrm{e}^x\right) + 2\ln 2$.

$$\boxed{F(x) = \frac{x^2}{2} + x - 2\ln(1+e^x) + 2\ln 2}$$

EXERCICE 3 **5 points**

1. $I_n = \displaystyle\int_0^1 \frac{e^{-t^2}}{1+n+t}\,dt$.

a. Calculons $I_{n+1} - I_n = \displaystyle\int_0^1 \left(\frac{e^{-t^2}}{1+n+1+t} - \frac{e^{-t^2}}{1+n+t}\right) dt$ (par linéarité de l'intégrale;

$I_{n+1} - I_n = \displaystyle\int_0^1 e^{-t^2}\left(\frac{1+n+t-n-t-2}{(n+1+t)(n+2+t)}\right) dt = -\int_0^1 \frac{e^{-t^2}}{(n+1+t)(n+2+t)}$.

L'intégrale est positive car la fonction est positive (tous ses termes sont supérieurs à zéro).

Conclusion : $I_{n+1} - I_n < 0$, donc la suite $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante.

b. Intégrale d'une fonction positive et comme $0 < 1$, $I_n > 0$.

c. $0 \leqslant t \leqslant 1 \Rightarrow 0 \leqslant t^2 \leqslant 1 \Rightarrow -1 \leqslant -t^2 \leqslant 0 \Rightarrow e^{-1} \leqslant e^{-t^2} \leqslant e^0 = 1$.

Donc $e^{-t^2} \leqslant 1 \quad (1)$.

D'autre part $0 \leqslant t \leqslant 1 \Rightarrow n+1 \leqslant n+1+t \leqslant n+2 \Rightarrow$

$\dfrac{1}{n+2} \leqslant \dfrac{1}{n++1+t} \leqslant \dfrac{1}{n+1}$ (passage aux inverses).

Donc $\dfrac{1}{n++1+t} \leqslant \dfrac{1}{n+1} \quad (2)$.

Tous les termes des inégalités (1) et (2) étant positifs, on obtient par produit :

$\dfrac{e^{-t^2}}{n+1+t} \leqslant \dfrac{1}{n+1}$.

Par intégration sur l'intervalle $[0 ; 1]$, on obtient $I_n \leqslant \displaystyle\int_0^1 \frac{1}{n+1}\,dt$, soit comme l'intégrale est positive :

$$0 \leqslant I_n \leqslant \frac{1}{n+1}$$

Comme $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n+1} = 0$, on en déduit que $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} I_n = 0$. (suite décroissante minorée : elle converge)

2. a. Sur $[0 : 1]$, $f(x) = e^{-x} + x - 1$. Somme de fonctions dérivables, f est dérivable et :

$f'(x) = -e^{-x} + 1$. Or $f'(x) = 0 \iff e^{-x} = 1 \iff x = 0$.

Comme $0 \leqslant x \leqslant 1 \Rightarrow -1 \leqslant -x \leqslant 0 \Rightarrow e^{-1} \leqslant e^{-x} \leqslant e^0 \Rightarrow 1 - e^{-x} \geqslant 0$, $f'(x) \geqslant 0$ sur $[0; 1]$, donc la fonction est croissante de $f(0) = 0$ à $f(1) = \frac{1}{e}$, On en déduit que sur $[0; 1]$, $f(x) \geqslant 0$.

b. g somme de fonctions dérivables est dérivable sur $\mathbb{R}$, donc sur $[0 : 1]$ et $g'(x) = -1 + x + e^{-x} = f(x)$.

D'après la question précédente $g'(x) \geqslant 0$, donc la fonction g est croissante sur $[0; 1]$. Comme $g(0) = 0$, la fonction est elle aussi positive sur $[0; 1]$.

c. On a vu que f est positive sur $[0 ; 1]$:

$e^{-x} + x - 1 \geqslant 0 \iff 1 - x \leqslant e^{-x}$.

De même g est positive sur $[0 ; 1]$:

$1 - x + \dfrac{x^2}{2} - e^{-x} \geqslant 0 \iff e^{-x} \leqslant 1 - x + \dfrac{x^2}{2}$.

On a donc finalement l'encadrement

$$1-x \leqslant \mathrm{e}^{-x} \leqslant 1-x+\frac{x^2}{2}$$

d. $0 \leqslant t \leqslant 1 \Rightarrow 0 \leqslant t^2 \leqslant 1$.
En utilisant l'encadrement trouvé juste au dessus avec $x = t^2$, on obtient

$$1-t^2 \leqslant \mathrm{e}^{-t^2} \leqslant 1-t^2+\frac{t^4}{2}$$

e. En intégrant sur $[0;1]$ chacune des fonctions de l'encadrement juste trouvé (après produit par la fonction positive $t \longmapsto \dfrac{1}{1+n+t}$), on obtient

$$\int_0^x \frac{1-t^2}{1+t+n} \leqslant I_n \leqslant \int_0^x \frac{1-t^2+\frac{t^4}{2}}{1+t+n}$$

- $0 \leqslant t \leqslant 1 \Rightarrow t+n+1 \leqslant n+2 \iff \dfrac{1}{n+2} \leqslant \dfrac{1}{1+t+n}$. D'où en intégrant :
$\displaystyle\int_0^1 \frac{1-t^2}{n+2} \leqslant \int_0^x \frac{1-t^2}{1+t+n}$.
Comme $\displaystyle\int_0^1 \frac{1-t^2}{n+2} = \frac{1}{n+2}\left[t-\frac{t^3}{3}\right]_0^1 = \frac{1}{n+2}\left(1-\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3(n+2)}$.
- $0 \leqslant t \leqslant 1 \Rightarrow n+1 \leqslant t+n+1 \iff \dfrac{1}{1+t+n} \leqslant \dfrac{1}{n+1}$. D'où en intégrant :
$\displaystyle\int_0^1 \frac{1-t^2+\frac{t^4}{2}}{1+t+n} \leqslant \int_0^1 \frac{1-t^2+\frac{t^4}{2}}{n+1}$.
Comme $\displaystyle\int_0^1 \frac{1-t^2+\frac{t^4}{2}}{n+1} = \frac{1}{n+1}\left[t-\frac{t^3}{3}+\frac{t^5}{10}\right]_0^1 = \frac{1}{n+1}\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{10}\right) =$
$\dfrac{1}{n+1}\left(\dfrac{30-10+3}{30}\right) = \dfrac{23}{30(n+1)}$.
Conclusion :

$$\frac{2}{3(n+2)} \leqslant I_n \leqslant \frac{23}{30(n+1)}$$

f. On a pour tout naturel p, $I_p \leqslant \dfrac{23}{30(p+1)}$.
Donc $I_p \leqslant 10^{-2}$ si $\dfrac{23}{30(p+1)} \leqslant 10^{-2} \iff \dfrac{2300}{30} \leqslant p+1 \iff$
$\dfrac{230}{3} \leqslant p+1 \iff \dfrac{230}{3}-1 \leqslant p$.
La calculatrice donne $75,\ldots$.
La première valeur est donc $p = 76$.