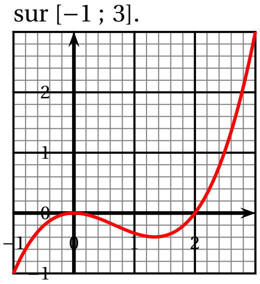
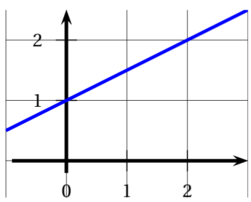
# ∾ Baccalauréat Première Métropole-La Réunion Série n° 2 ∾ série technologique e3c Corrigé du n° 11 mai 2020

**ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première technologique**

**PARTIE I**

**Exercice 1** **5 points**

**Automatismes 5 points** **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

| | **Énoncé** | **Réponse** |
|---|---|---|
| 1. | Fraction irréductible égale à $\frac{2}{3}-\frac{2}{5}$ | $\frac{10}{15}-\frac{6}{15}=\frac{4}{15}$. |
| 2. | Compléter | $\frac{14}{3}-\frac{8}{3}=2$ |
| 3. | Compléter | $(2x)^3=8x^3$ |
| 4. | Compléter | Augmenter une quantité de 14 % c'est la multiplier par $1+\frac{14}{100}=\frac{114}{100}=1,14$. |
| 5. | Après augmentation d'un prix de 50 % on obtient 36 €. Quel est ce prix ? | On a $1,50x=36$, d'où $x=\frac{36}{1,5}=24$. |
| 6. | Factoriser $3(x+7)-(x+1)(x+7)$ | $(x+7)[3-(x+1)]=(x+7)(2-x)$. |
| 7. | Voici la courbe représentative d'une fonction $f$ définie sur $[-1\ ;\ 3]$. | $f(2)=0$ |
| 8. |  Compléter par lecture graphique. | Nombre d'antécédents de $-0,2$ par $f$ : 3. |
| 9. | On considère la droite (D) ci-dessous : Compléter par lecture graphique. | Équation réduite de (D) : ordonnée à l'origine : 1 ; coefficient directeur : $\frac{1}{2}=0,5$ Donc $y=0,5x+1$. |
| 10. |  | Si A est le point de (D) d'ordonnée 3, son abscisse est $3=0,5x+1$ soit $2=0,5x$ et $x=4$. |

**PARTIE II**

**Calculatrice autorisée**
**Cette partie est composée de trois exercices indépendants**

**Exercice 2** **5 points**

Une entreprise fixe à chacun de ses employés le mode de rémunération mensuel suivant : un salaire net fixe de 1 300 € accompagné d'une prime ou d'une pénalité.
Si $x$ est le chiffre d'affaire en millier d'euros réalisé par un employé dans le mois, sa prime ou pénalité exprimée en millier d'euros est de $f(x)=0,01\left(x^2-2x\right)$.

Par exemple, si un employé réalise un chiffre d'affaire mensuel de 1 000 €, alors $x = 1$ et $f(x) = f(1) = -0,01$. Dans ce cas, l'employé est pénalisé de 0,01 millier d'euros, c'est-à- dire 10 €. Son salaire net mensuel est alors de $1\,300 - 10 = 1\,290$ €.
De même, si un employé réalise un chiffre d'affaire mensuel de 10 000 €, alors $x = 10$ et $f(x) = f(10) = 0,8$. Dans ce cas, l'employé perçoit une prime de 0,8 millier d'euros, c'est- à-dire 800 €. Son salaire net mensuel est alors de $1\,300 + 800 = 2\,100$ €.

**1.** **a.** Si l'employé réalise un chiffre d'affaire mensuel de 1 500 €, aura-t-il une prime ou une pénalité ? De quel montant ?

On a $x = 1,5$, et $f(1,5) = 1,5^{-}2 \times 1,5 = 2,25 - 3 - -0,75$, soit $-750$ €.

Quel sera alors son salaire net mensuel ?

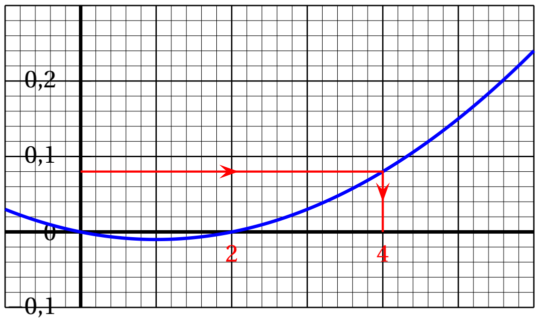
Son salaire sera de $1\,300 - 750 = 650$ (€).

**b.** Mêmes questions avec un chiffre d'affaire mensuel de 20 000 €.

Ici $x = 20)$ et $f(20) = 20^2 - 2 \times 20 = 20(20-2) = 20 \times 18 = 360$.

Le salaire sera de $1\,300 + 360 = 1\,660$.

**2.** La courbe $\mathscr{C}_f$ ci-dessous représente la fonction $f$ dans un repère du plan dont la graduation de l'axe des abscisses a été effacée.




**a.** Montrer que $f(x) = 0,01x(x-2)$.

$f(x) = 0,01\left(x^2 - 2x\right) = 0,01x(x-2)$.

**b.** Donner les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses.

On a $f(x) = 0$ si et seulement si $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & 0 \\ x-2 & = & 0 \end{array}\right.$ soit $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & 0 \\ x & = & 2 \end{array}\right.$

$\mathscr{C}_f$ coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisse 0 et 2.

**c.** À partir du graphique estimer le chiffre d'affaire mensuel à réaliser afin d'obtenir un salaire net mensuel de 1 380 €.

Cela représente une prime de 80 €, soit 0,08 millier d'euro. On lit à peu près 4, soit un chiffre d'affaires de 4 000 €.

**Exercice 3** **5 points**

On a observé sur 5 ans que la note sur 20, notée $f(x)$, d'un service au bout de $x$ année(s) est donnée par

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x.$$

Par exemple, puisque $f(4,5) = 4,5^3 - 6 \times 4,5^2 + 9 \times 4,5 = 10,125$, le service obtient au bout de 4 ans et demi la note de 10,125 sur 20.

**1.** **a.** Quelle note le service obtient-il au bout d'une année ?

On a $f(1) = 1 - 6 + 9 = 4$.

**b.** Justifier que le service donne pleine satisfaction au bout des 5 années.

On a $f(5) = 5^3 - 6 \times 5^{+}9 \times 5 = 125 - 150 + 45 = 20$, soit 20 sur 20.

**2.** **a.** Calculer $f'(x)$ sous forme développée.

On a pour tout réel $x$, donc sur $[0\,;\,5]$, que $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$.

**b.** Montrer que $f'(x) = 3(x-1)(x-3)$.

$(x-1)(x-3) = x^2-3x-x+3$, puis $3(x-1)(x-3) = 3\left(x^2-3x-x+3\right) = 3\left(x^2-12x+3\right) = 3x^2-12x+9$.

Donc $f'(x) = 3(x-1)(x-3)$ (écriture factorisée).

**c.** Dresser, sans justifier, le tableau de variations de $f$ sur l'intervalle $[0\,;5]$.

$(x-1)(x-3) > 0$, sauf entre 1 et 3 ; la fonction est donc croissante sauf sur l'intervalle $[1\,;3]$ où elle est décroissante.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | | 1 | | 3 | | 5 |
| $f'(x)$ | | $+$ | 0 | $-$ | $+$ | | |
| | | | 4 | | | | 20 |
| $f$ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |
| | 0 | | | | 0 | | |

**Exercice 4** **5 points**

Dans une administration de 320 personnes, on distingue trois catégories d'employés : A, B et C.
On y dénombre exactement globalement 3/5 de femmes.
La catégorie A compte 80 employés dont 40 % de femmes.
Les catégories B et C ont le même nombre d'employés.
Dans la catégorie C, il y a exactement 50 femmes.

**1.** Remplir le tableau croisé d'effectifs **fourni en annexe. L'annexe est à rendre avec la copie.**

$\dfrac{3}{5} \times 320 == 3 \times 64 = 192$ femmes donc $320 - 192 = 128$ hommes.

Il reste pour B et C : $320 - 80 = 240$ donc 120 en catégorie B et 120 en catégorie C.

Voir le tableau à la fin.

**2.** Dans cette administration, quelle est la fréquence des hommes de catégorie C ?

Quelle est celle des hommes dans l'ensemble du personnel de catégorie C ?

Il y a $\dfrac{70}{320} = \dfrac{7}{32} \approx 0{,}218\,75$ soit environ 21,9 % d'hommes de la catégorie C.

Il ya dans la catégorie C, 70 hommes sur un effectif de 120, soit une fréquence de $\dfrac{70}{120} = \dfrac{7}{12} \approx 0{,}583$, soit à peu près 58,3 %.

**3.** Une loterie est réalisée en fin d'année. On choisit au hasard la fiche d'un membre du personnel. Ce dernier gagne alors un chèque de 100 €, tandis que tous les autres membres du personnel perçoivent un chèque de consolation de 10 €.

**a.** Quelle est la somme des montants de l'ensemble des chèques ?

$1 \times 100 + 319 \times 10 = 3\,190 + 100 = 3\,290$ (€).

**b.** On considère les évènements suivants :

$A$ : « Le gagnant de 100 € est de catégorie A » ;

$H$ : « Le gagnant de 100 € est un homme »

Calculer $P(A)$, $P(A \cap H)$ et $P_A(H)$.

On a $P(A) = \dfrac{80}{320} = \dfrac{1}{4} = 0{,}25$ ;

$P(A \cap H) = P(A) \times P_A(H) = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{48}{80} = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{3}{5} = \dfrac{3}{20} = \dfrac{15}{100} = 0{,}15$.

**4.** L'administration a des frais annuels de fonctionnement de 670 000 €.

Elle souhaite les réduire de 5 % chaque année jusqu'à passer en dessous de la barre des 500 000 €.

**Recopier et compléter l'algorithme** ci-contre de sorte qu'après exécution la variable $N$ contienne le nombre d'années à partir duquel l'objectif sera atteint.

$N \leftarrow 0$
$S \leftarrow 670\,000$
Tant Que $S > 500\,000$
  $S \leftarrow 0{,}95 \times S$
  $N \leftarrow N + 1$
Fin Tant Que

**Annexe à rendre avec la copie**

**Exercice 4**

| | Nombre de personnes de catégorie A | Nombre de personnes de catégorie B | Nombre de personnes de catégorie C | Total |
|---|---|---|---|---|
| Nombre d'hommes | 48 | 10 | 70 | 128 |
| Nombre de femmes | 32 | 110 | 50 | 192 |
| Total | 80 | 120 | 120 | 320 |