Baccalauréat Première Métropole-La Réunion Série n° 2
série technologique e3c n° 45 mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première technologique

PARTIE I

Exercice 1 **5 points**

Automatismes **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

1. $\dfrac{\left(10^{-1}\right)^2}{10^3} = 0\dfrac{10^{-2}}{10^3} = 10^{-2-3} = 10^{-5}$.
2. 1 m = 100 cm, donc 1 m^2 = 100 × 100 = 10 000 cm^2.
   9,56 cm^2 = $9,56 \times 10\,000 = 95\,600$ cm^2.
3. $105,7 \times 10^5 = 1,057 \times 10^2 \times 10^5 = 1,057 \times 10^7$.
4. On a $\dfrac{1}{4} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{8} = \dfrac{1 \times 125}{8 \times 125} = \dfrac{125}{1\,000} = 0,125$.
5. $\dfrac{1}{6} + \dfrac{15}{54} = \dfrac{1}{6} + \dfrac{3 \times 5}{3 \times 18} = \dfrac{1}{6} + \dfrac{5}{18} = \dfrac{3}{18} + \dfrac{5}{18} = \dfrac{8}{18} = \dfrac{4}{9}$.
6. Augmenter de 20 % c'est multiplier par $1 + \dfrac{20}{100} = 1 + 0,20 = 1,2$;
   Diminuer de 50 % c'est multiplier par $1 - \dfrac{50}{100} = 1 - 0,50 = 0,5$.
   Donc si p est l'ancien prix, celui-ci est devenu $p \times 1,2 \times 0,5 = 0,6p$, ce qui correspond à une baisse de 40 %.
7. $x^2 = 9$ ou $x^2 - 9 = 0$ soit $x^2 - 3^2 = 0$ et enfin $(x+3)(x-3) = 0$.
   IL y a deux solutions : $S = \{-3 ; 3\}$.
8. $(x+1)(x-3) + (x+1)(x+2) = (x+1)[(x-3) + (x-2) = (x+1)(2x-5)$.
9. 4 a trois antécédents$\approx --1,1,\ \ 0$ et 0,4.
10. On lit sur la figure un coefficient directeur de -3 (en passant par exemple du point $(0 ; 2)$ de la droite à un autre point de la droit $(1 ; -1)$.
    L'ordonnée à l'origine est 2, donc une équation réduite de la droite d est :
    $M(x ;\ y) \in (d)$ si $y = -3x + 2$.

PARTIE II

Calculatrice autorisée
Cette partie est composée de trois exercices indépendants

Exercice 2 **5 points**

$$h(x) = -0,1x^2 + 1,35x + 2,25.$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O		Q
1	x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	$f(x)$	2,25	3,5	4,55	5,4	6,05	6,5	6,75	6,8	6,65	6,3	5,75	5	4,05	2,09	1,55	0

1. **a.** On écrit en B2 : =1,35*B1+2,25-0,1B1*B1.

   b.

2. $-0,1(x+1,5)(x-15) = -0,1\left(x^2 - 15x + 1,5x - 22,5\right) = -0,1\left(x^2 - 13,5x - 22,5\right) =$
   $-0,1x^2 + 1,35x + 2,25 = h(x)$.
   Donc pour tout réel x de l'intervalle $[0;15]$, $h(x) = -0,1(x+1,5)(x-15)$

3. Un produit est nul si l'un des facteurs est nul, donc
   $h(x) = 0$ si $\left\{\begin{array}{lcl} x+1,5 & = & 0 \\ x-15 & = & 0 \end{array}\right.$ d'où $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & -1,5 \\ x & = & 15 \end{array}\right.$.
   Donc $S = \{-1,5 ~;~ 15\}$.

4. La fonction polynôme h est dérivable sur $\mathbb{R}$, donc sur $[0;15]$ et sur cet intervalle :
   $h'(x) = -0,2x + 1,35$.
   - $h'(x) > 0$ si $-0,2x + 1,35 > 0$ ou $1,35 > 0,2x$ et $6,75 > x$; la dérivée est positive, donc la fonction h est croissante sur l'intervalle $[0 : 6,75[$;
   - $h'(x) < 0$ si $-0,2x + 1,35 < 0$ ou $1,35 < 0,2x$ et $6,75 < x$; la dérivée est négative, donc la fonction h est décroissante sur l'intervalle $[6,75 : 15]$;
   - $h'(x) = 0$ si $-0,2x + 1,35 = 0$ ou $1,35 = 0,2x$ et $6,75 = x$: donc $h(6,75) = -0,1 \times 6,75^2 + 1,35 \times 6,75 + 2,25 = 6,806\,25$ est le maximum de la fonction h sur l'intervalle $[0;15]$.

   Le poids est à la hauteur maximale d'environ 6,8 m quand il est à 6,75 m du lanceur.

Exercice 3 **5 points**

$$C(x) = x^3 - 30x^2 + 400x.$$

1. $C(10) = 10^3 - 30 \times 10^2 + 400 \times 10 = 1\,000 - 3\,000 + 4\,000 = 2\,000$ (€).
2. Si est la fonction recette définie par $R(x)247x$, alors :
   $R(10) = 10 \times 247 = 2\,470$ (€) : la recette est supérieure au coût de production.

$$B(x) = -x^3 + 30x^2 - 153x.$$

3. La fonction polynôme B est dérivable sur $\mathbb{R}$, donc sur $[0;23]$ et sur cet intervalle :
   $B'(x) = -3x^2 + 60x - 153$.
   Or $(x-17)(-3x+9) = -3x^2 + 9x + 51x - 153 = -3x^2 + 60x - 153 = B'(x)$.
4. $B'(x)$ s'annule pour $x = 17$ et pour $-3x + 9 = 0$, soit $x = 3$; on peut donc dresser le tableau de signes suivant de $B'(x)$:

x	0		3		17		23
$-3x+9$		+	0	−		−	
$x-17$		−		−	0	+	
$(x-17)(-3x+9)$		−	0	+	0	−	

On peut déduire les variations de B à partir du signe de $B'(x)$:

- Sur $[0\,;\,3]$, B est décroissante de $B(0) = 0$ à $B(3) = -3^3 + 30 \times 3^2 - 153 \times 3 = -27 + 270 - 459 = -216$;
- Sur $[3\,;\,17]$, B est croissante de $B(3) = -216$ à $B(17) = -17^3 + 30 \times 17^2 - 153 \times 17 = 1\,156$;
- Sur $[0\,;\,3]$, B est décroissante de $B(17) = 1\,156$ à $B(23) = -23^3 + 30 \times 23^2 - 153 \times 23 = 184$;
- $B(17) = 1\,156$ est le maximum de B sur l'intervalle $[0\,;\,23]$.

5. D'après la question précédente le bénéfice maximal (1 156 (€)) sera obtenu pour la production et la vente de 17 tables.

Exercice 4 **5 points**

1. Voir l'annexe à la fin.

2. **a.** 60 élèves ont un cartable à roulettes sur 100 élèves, donc $P(C) = \dfrac{60}{100} = 0,6$.

b. • $C \cap T$ désigne l'évènement : « l'élève interrogé a un cartable à roulettes et a 13 ans ».

• $P(C \cap T) = \dfrac{6}{100} = 0,06$.

c. On a $P(T) = \dfrac{20}{100} = 0,20$.

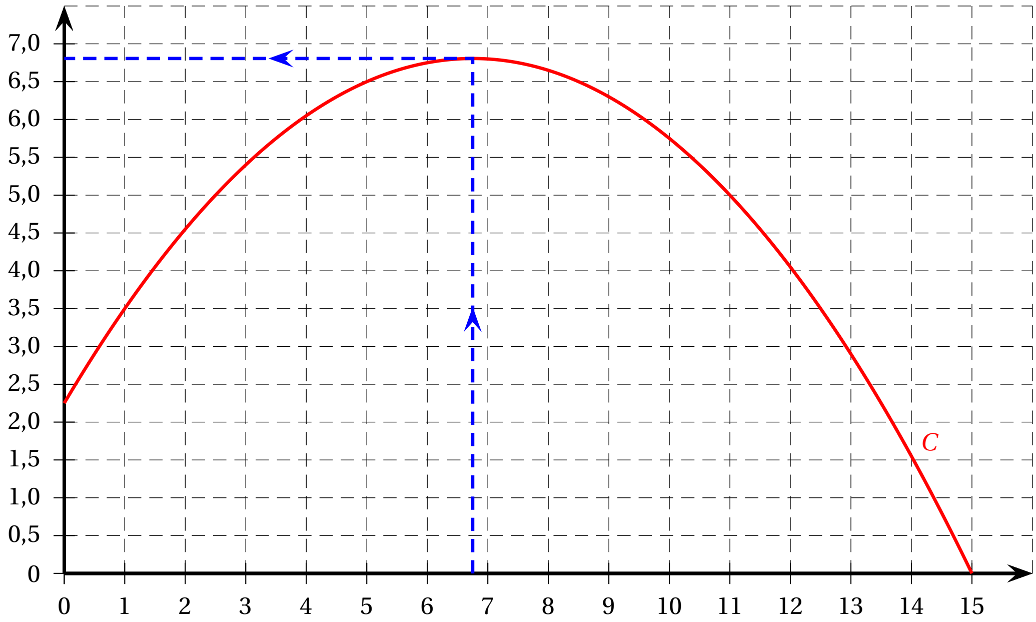
On sait que $P(C \cup T) = P(C) + P(T) - P(c \cap T) = 0,6 + 0,2 - 0,06 = 0,74$.

3. $P_C(T) = \dfrac{P(C \cap T)}{P(C)} = \dfrac{0,06}{0,6} = 0,1$.

Ceci signifie que 10 % des élèves ayant un cartable à roulettes ont 13 ans.

ANNEXES

Exercice 2



Exercice 4

	Sac à dos	Cartable à roulettes	Total
11ans	18	30	48
12 ans	8	24	32
13 ans	14	6	20
Total	40	60	100