ൾ Baccalauréat Première Métropole-La Réunion Série n° 2 ൿ
série technologique e3c n° 80 mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première technologique

PARTIE I

Exercice 1 **5 points**

Automatismes 5 points **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

1. Augmenter de 8 % c'est multiplier par $1+\dfrac{8}{100}=1+0,08=1,08$.
2. $0,4=1-0,6=1-\dfrac{60}{100}$: cela correspond à une baisse de 40 %.
3. Retrancher 30 % c'est multiplier par $1-\dfrac{30}{100}=1-0,3=0,7$.

   Donc si a était le prix initial on a $a\times 0,7=70$, soit $a=\dfrac{70}{0,70}=\dfrac{700}{7}=100$. Le prix initial était de 100 €.
4. • Pour passer de 25 à 30 on multiplie par $\dfrac{30}{25}=\dfrac{6}{5}=\dfrac{12}{10}=1,2$.
   Donc l'indice est égal à $100\times 1,2=120$.
5. • Pour passer de 100 à 150 on ajoute la moitié, donc la quantité correspondant à l'indice 150 est $25+12,5=37,5$.
6. La hausse de 10 % revient à multiplier par 1,10 et la baisse de 20 % revient à multiplier par $1-0,20=0,80$.
   Globalement on multiplie par $1,10\times 0,8=0,88=1-0,12$: c'est donc une baisse de 12 %.
7. $6x-5=4x+3$ revient à $6x-4x=3+5$, soit $2x=8$ et $x=4$. $S=\{4\}$.
8. $6x^2=54$ ou $6\times x^2=6\times 9$ soit $x^2=9$: deux solutions $S=\{-3\ ;\ 3\}$.
9. $5x+4\leqslant 29$ ou $5x=25$ ou $5\times x\leqslant 5\times 5$, d'où $x\leqslant 5$. $S=]-\infty\ ;\ 5]$.
10. $2x-3=0$ si $2x=3$ ou encore $x=\dfrac{3}{2}$, donc

    $2x-3>0$ si $x>\dfrac{3}{2}$;

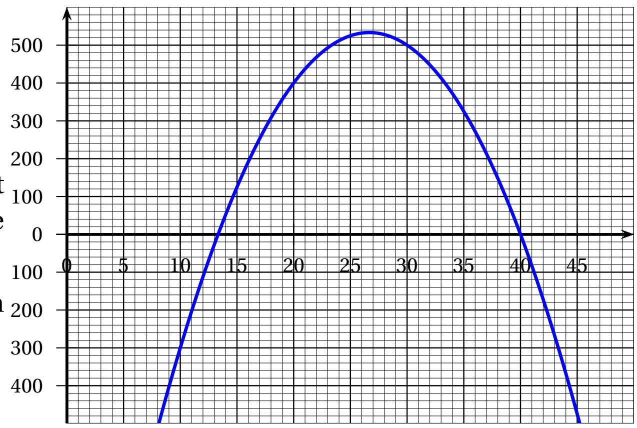
    $2x-3<0$ si $x<\dfrac{3}{2}$.
11.

PARTIE II

Calculatrice autorisée
Cette partie est composée de trois exercices indépendants

Exercice 2 **5 points**

Une entreprise fabrique des lampes solaires. Elle ne peut pas produire plus de 5 000 lampes par mois.
Le résultat qu'elle peut réaliser en un mois, exprimé en centaines d'euros, est modélisé par une fonction b dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.
On rappelle que lorsque le résultat est positif, on l'appelle bénéfice.
L'axe des abscisses indique le nombre de lampes produites et vendues exprimé en centaines.



En utilisant le graphique :

1. On lit $b(10) = -300$.
   En produisant et vendant 1 000 ampoules l'entreprise perd 300 €.
2. On lit un bénéfice maximum $b(27) \approx 540$ (€).

12. La fonction b définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ est définie par l'expression suivante :

$$b(x) = -3x^2 + 160x - 1\,600.$$

a. Montrer que $b(x) = (x-40)(-3x+40)$.
En développant $-3x^2 + 40x + 120x - 1\,600 = -3x^2 + 160x - 1\,600 = b(x)$: la forme donnée est l'écriture factorisée de $b(x)$.

b. Résoudre $b(x) = 0$.
Dans $\mathbb{R}$, $b(x) = 0$ ou $(x-40)(-3x+40)$ soit $\left\{\begin{array}{lcl} x-40 & = & 0 \\ -3x+40 & = & 0\end{array}\right.$ ou $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & 40 \\ 40 & = & 3x\end{array}\right.$

et enfin $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & 40 \\ \frac{40}{3} & = & x\end{array}\right.$ Donc $S = \left\{\frac{40}{3}\,;\,4\right]$.

c. Le maximum du trinôme $-3x^2 + 160x - 1\,600$ est obtenu en la demi-somme des solutions de l'équation $b(x) = 0$, soit en $\dfrac{40+\frac{40}{3}}{2} = 20 + \frac{20}{3} = \frac{80}{3}$.
Ce maximum est donc $f\left(\frac{80}{3}\right) = -3 \times \left(\frac{80}{3}\right)^2 + 160 \times \frac{80}{3} - 1\,600 =$
$-\dfrac{6\,400}{3} + \dfrac{12\,800}{3} - 1\,600 = \dfrac{6\,400}{3} - 1\,600 = \dfrac{6\,400 - 4\,800}{3} = \dfrac{1\,600}{3} \approx 533,33$ (€).

Exercice 3 — 5 points

L'objectif de l'exercice est de trouver le maximum de la fonction r définie sur l'intervalle $[200\,;\,400]$ par

$$r(x) = -0,01x^3 + 4x^2.$$

1. On admet que la fonction r est dérivable sur $[200\,;\,400]$ et on note r' sa dérivée.
   O na $r'(x) = 3 \times (-0,01x^2 + 2 \times 4x = 4x - 0,03x^2 = x(8 - 0,03x)$.
2. Donner le tableau de signe de la fonction dérivée r' sur l'intervalle $[200\,;\,400]$.

x		200		$\frac{800}{3}$		400
x	$+$	0	$+$		$+$	
$8-0,03x$	$+$		$+$	0	$-$	
$r'(x)$	$+$		$+$	0	$-$	

3. En déduire le tableau de variation de la fonction r sur l'intervalle $[200\,;\,400]$.
   La fonction r est donc :
   - croissante sur $\left[200\,;\,\frac{800}{3}\right]$
   - décroissante sur $\left[200\,;\,\frac{800}{3}\right]$.

4. Quel est le maximum de cette fonction sur l'intervalle $[200\,;\,400]$? En quelle valeur est-il atteint ?

Le maximum est donc atteint en $\frac{800}{3}$ et est égal à $r\left(\frac{800}{3}\right) = 4 \times \left(\frac{800}{3}\right)^2 - 0,01 \times \left(\frac{800}{3}\right)^3 \approx$ 94 814,8.

5. Pour vérifier la solution de l'équation $r'(x) = 0$ sur l'intervalle $[200\,;\,400]$, on utilise l'algorithme de balayage ci-dessous, écrit en langagePython :

Que renvoie l'instruction balayage(1) ?

Comme $\dfrac{800}{3} \approx 266,6$, l'instruction balayage(1) renvoie l'intervalle (266,267)

Exercice 4 **5 points**

Un restaurant propose dans son menu trois formules :

- Formule A : entrée + plat
- Formule B : plat + dessert
- Formule C : entrée + plat + dessert

On note le choix des clients venus pour déjeuner à midi (ensemble noté M) ou pour dîner le soir (ensemble noté S). Les effectifs sont répertoriés dans le tableau ci-dessous.

	Formule A	Formule B	Formule C	Total
Déjeuner M	27	31		75
Dîner S	12	20	53	85
Total	39	51	70	160

1. Quel effectif doit-on écrire dans la case vide du tableau ?

On a $75 - (27 + 31) = 75 - 58 = 17$ ont déjeuner et ont pris la formule S.

2. **a.** Calculer la fréquence en pourcentage des clients ayant choisi la formule A parmi ceux qui sont venus déjeuner le midi.

27 clients ont choisi la formule A parmi les 75 qui ont déjeuné soit $\dfrac{27}{75} = \dfrac{9}{25} = \dfrac{36}{100} = 0,36 = 36\,\%$.

b. Montrer que la fréquence en pourcentage de clients venus dîner le soir parmi ceux qui ont choisi la formule B est au dixième près égale à 39,2 %.

20 clients ayant diné ont choisi la formule B sur les 51 ayant choisi cette formule soit une fréquence de $\dfrac{20}{51} \approx 0,392\,15$ doit environ 39,2 %.

3. Calculer la fréquence en pourcentage des clients ayant déjeuné le midi dans ce restaurant.

Sur 160 clients de ce jour 75 ont déjeuné soit $\dfrac{75}{160}0,468\,75$, soit environ 46,9 %.

4. Le patron du restaurant déclare : « j'ai une carte des desserts très attractive car plus des trois quarts des clients choisissent une formule avec dessert. »

A-t-il raison ? Justifier.

Les clients ayant choisi la formule B ou la formule C ont eu un dessert, soit $51 + 70 =$ 121 clients sur 180, soit $\dfrac{121}{180} \approx 0,756\,25$ soit environ $75,6\,\%$.

Comme $\dfrac{3}{4} = 0,75 = 75\,\%$ le patron a raison.