

**∞ Baccalauréat Première Métropole-La Réunion ∞**  
**série générale e3c Corrigé du n° 20 année 2020**

**Exercice 1**

**5 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM) comportant cinq questions. Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Les questions sont indépendantes.

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer la réponse.

Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

**Question 1**

Soit ABC un triangle tel que  $AB = 6$ ,  $AC = 3$  et  $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$ .

- a.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 9$
- b.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 18$
- c.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 9\sqrt{3}$
- d. les données sont insuffisantes pour calculer  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ .

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC}) = 6 \times 3 \times \cos \frac{\pi}{3} = 6 \times 3 \times \frac{1}{2} = 3 \times 3 = 9.$$

**Question 2**

Soit  $f$  une fonction telle que, pour tout nombre réel  $h$  non nul,

$$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = h^2 + 3h - 1.$$

Alors  $f'(1)$  est égal à :

- a.  $h^2 + 3h - 1$
- b.  $-1$
- c.  $3$
- d. les données sont insuffisantes pour déterminer  $f'(1)$

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} h^2 + 3h - 1 = -1. \text{ Question 3}$$

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (x+2)e^x$ .

Alors, la fonction  $f'$  dérivée de  $f$  est donnée sur  $\mathbb{R}$  par :

- a.  $f'(x) = e^x$
- b.  $f'(x) = (x+3)e^x$
- c.  $f'(x) = (-x-1)e^x$
- d.  $f'(x) = \frac{(-x-1)e^x}{e^{2x}}$

On a en dérivant le produit :  $f'(x) = 1e^x + (x+2)e^x = (x+3)e^x$ .

**Question 4**

Soit  $f$  une fonction telle que  $f(2) = 5$  et  $f'(2) = -1$ .

Dans un repère, la tangente à la courbe représentative de  $f$  au point d'abscisse 2 a pour équation :

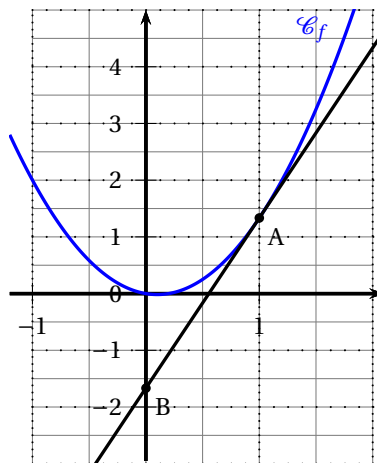
- a.  $y = -x - 3$
- b.  $y = -x + 3$
- c.  $y = -x + 7$
- d.  $y = 5x - 11$

Une équation de la tangente au point de coordonnées  $(2; 5)$  est :

$$y - f(2) = f'(2)(x - 2), \text{ soit } y - 5 = -1(x - 2) \text{ d'où } y = -x + 2 + 5 \text{ et enfin } y = -x + 7.$$

**Question 5**

Soit  $f$  une fonction définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  dont la courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  dans un repère est la courbe ci-dessous.



La tangente à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point  $A\left(1; \frac{4}{3}\right)$  passe par le point  $B\left(0; -\frac{5}{3}\right)$ .

Alors :

- a.  $f'(1) = \frac{1}{3}$
- b.  $f'(1) = \frac{4}{3}$
- c.  $f'(1) = -\frac{5}{3}$
- d.  $f'(1) = 3$

Le nombre dérivé est égal au coefficient directeur de la droite (BA) ; celui-ci est égal à  $\frac{\frac{4}{3} - \left(-\frac{5}{3}\right)}{1 - 0} = \frac{9}{3} = 3$ .

**Exercice 2**

**5 points**

Une entreprise fabrique  $q$  milliers d'objets,  $q \in [1; 20]$ . Le coût total de fabrication, exprimé en euros en fonction de  $q$ , est donné par l'expression :

$$C(q) = q^3 - 18q^2 + 750q + 200.$$

1.
  - a. Calculer le coût total de fabrication de 5 000 objets.  
 $C(5000) = 5000^3 - 18 \times 5000^2 + 750 \times 5000 + 200 = 3625$  (€).
  - b. Déterminer le coût moyen de fabrication d'un millier d'objets lorsqu'on fabrique 5 000 objets.  
 Le coût moyen de fabrication d'un millier d'objets lorsqu'on fabrique 5 000 objets est donc :  $\frac{3625}{5000} = 0,725$ .
2. Le coût moyen  $C_M(q)$  de fabrication de  $q$  milliers d'objets, exprimé en euros, est donné par l'expression :

$$C_M(q) = \frac{C(q)}{q} = q^2 - 18q + 750 + \frac{200}{q}.$$

- a. On note  $C'_M$  la fonction dérivée, sur l'intervalle  $[1; 20]$ , de la fonction  $C_M$ .  
 Montrer que, pour tout  $q \in [1; 20]$ ,

$$C'_M(q) = \frac{2(q-10)(q^2+q+10)}{q^2}$$

On a sur l'intervalle  $[1; 20]$ ,  $C'_M(x) = 2q - 18 - \frac{200}{q^2} = \frac{2q^3 - 18q^2 - 200}{q^2}$ .

Or  $2(q-10)(q^2+q+10) = (2q-20)(q^2+q+10) = 2q^3 + 2q^2 + 20q - 20q^2 - 20q - 200 = 2q^3 - 18q^2 - 200$  soit le numérateur de  $C'_M(x)$ . Donc :

pour tout  $q \in [1; 20]$ ,  $C'_M(q) = \frac{2(q-10)(q^2+q+10)}{q^2}$ .

- b. Étudier le signe de  $C'_M$  et dresser le tableau de variation de la fonction  $C_M$  sur l'intervalle  $[1; 20]$ .  
 Pour le trinôme  $q^2 + q + 10$ , on a  $\Delta = 1 - 40 = -39$  : pas de racines réelles et on sait que le trinôme est positif (signe de 1 coefficient de  $x^2$ ).  
 Comme  $q^2 > 0$  sur  $[1; 20]$ , le signe de  $C'_M(x)$  est celui de  $q - 10$ .  
 Donc sur  $[1; 10]$ ,  $C'_M(x) < 0$  : la fonction  $C'_M$  est décroissante de  $C_M(1) = 1 - 18 + 750 + 200 = 933$  à  $C_M(10) = 10^2 - 18 \times 10 + 750 + 20 = 690$ .  
 Sur  $[10; 20]$ , la fonction  $C_M$  est croissante de  $C_M(10) = 690$  à  $C_M(20) = 20^2 - 18 \times 20 + 750 + 10 = 800$ .

$x$	1	10	20		
$C'_M(x)$		-	0	+	
$C_M$	933		690		800

- c. Quel est le coût moyen minimal et pour quelle quantité d'objets est-il obtenu?  
 On voit sur le tableau que le coût moyen minimal 690 est obtenue lorsque l'entreprise fabrique 10 000 objets.

**Exercice 3**

**5 points**

La famille A décide de diminuer de 2 % par mois sa quantité de déchets produits par mois à partir du 1<sup>er</sup> janvier 2020.  
 Au mois de décembre 2019, elle a produit 120 kg de déchets.

1. Justifier qu'au bout de 2 mois, la famille A aura produit environ 115 kg de déchets.

On admet que la quantité de déchets produits chaque mois conserve la même évolution toute l'année.

On modélise l'évolution de la production de déchets de la famille A par la suite de terme général  $a_n$ , où  $a_n$  représente la quantité, en kg, de déchets produits par la famille A  $n$  mois après décembre 2019.

Ainsi,  $a_0$  représente la quantité de déchets produits durant le mois de décembre 2019,  $a_1$  représente la quantité de déchets produits durant le mois de janvier 2020, etc.

2. a. Déterminer la nature de la suite  $(a_n)$ .  
 Diminuer de 2 % revient à multiplier par  $1 - 0,02 = 0,98$ .  
 On a donc pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $a_{n+1} = 0,98a_n$  : la suite  $a_n$  est une suite géométrique de premier terme  $a_0 = 120$  et de raison 0,98.
- b. Pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $a_n$  en fonction de  $n$ .  
 On sait alors que quel que soit le naturel  $n$ ,  $a_n = a_0 \times 0,98^n = 120 \times 0,98^n$ .
- c. Déterminer la quantité totale de déchets que produira la famille A durant l'année 2020.

On rappelle que :

Soit  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite géométrique de raison  $q, q \neq 1$ . La somme  $S$  de termes consécutifs est égale à  $S = u_1 + u_2 + \dots + u_n = u_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q}$ .

En 2020 la famille A produira :

$$S_{2020} = a_1 + a_2 + \dots + a_{12} = 120 \times 0,98 + 120 \times 0,98^2 + \dots + 120 \times 0,98^{12}. \text{ Or } 0,98S_{2020} = 120 \times 0,98^2 + \dots + 120 \times 0,98^{12} + 120 \times 0,98^{13}.$$

Par différence entre les deux lignes précédentes :

$$0,02S_{2020} = 120 \times 0,98 - 120 \times 0,98^{13} \text{ ou encore :}$$

$$0,02S_{2020} = 120 \times 0,98(1 - 0,98^{12}) \text{ et}$$

$$S_{2020} = \frac{120 \times 0,98(1 - 0,98^{12})}{0,02} = 49 \times 120(1 - 0,98^{12}) \approx 1265,8.$$

Donc  $S_{2020} \approx 1266$  (kg) de déchets en 2020.

On arrondira le résultat à l'unité.

d. On donne le programme ci-dessous.

```

1 def S(n) :
2     U = 120
3     S = 0
4     for k in range (n) :
5         U = 0.98 * U
6         S = S + U
7     return (S)
8

```

Que représente le résultat renvoyé par la fonction si on entre l'instruction S(6) ?

S(6) donne la somme  $a_1 + a_2 + \dots + a_6$  soit la somme des déchets de la famille du premier semestre 2020.

#### Exercice 4

5 points

Pierre joue à un jeu dont une partie est constituée d'un lancer d'une fléchette sur une cible suivi d'un tirage au sort dans deux urnes contenant des tickets marqués « gagnant » ou « perdant » indiscernables.

- S'il tire un ticket marqué « gagnant », il pourra recommencer une partie.
- S'il atteint le centre de la cible, Pierre tire un ticket dans l'urne  $U_1$  contenant exactement neuf tickets marqués « gagnant » et un ticket marqué « perdant ».
- S'il n'atteint pas le centre de la cible (donc même s'il n'atteint pas la cible), Pierre tire un ticket dans l'urne  $U_2$  contenant exactement quatre tickets marqués « gagnant » et six tickets marqués « perdant ».

Pierre atteint le centre de la cible avec une probabilité de 0,3.

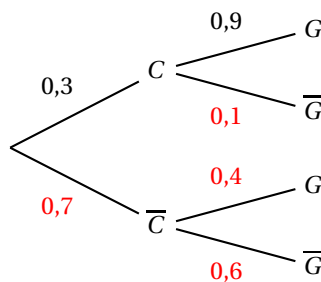
On note les évènements suivants :

$C$  : « Pierre atteint le centre de la cible » ;

$G$  : « Pierre tire un ticket lui offrant une autre partie ».

1. Recopier l'arbre pondéré ci-dessous et justifier la valeur 0,9.

Pierre a atteint le centre donc tire un ticket de l'urne  $U_1$  dans laquelle il y a 9 tickets gagnants sur 10.



2. Compléter sur la copie l'arbre pondéré en traduisant les données de l'exercice.

Voir ci-dessus.

3. Calculer la probabilité de l'évènement  $\bar{C} \cap G$ .

On a  $P(\bar{C} \cap G) = P(\bar{C}) \times P_{\bar{C}}(G) = 0,7 \times 0,4 = 0,28$ .

4. Montrer que la probabilité qu'à l'issue d'une partie Pierre en gagne une nouvelle est égale à 0,55.

D'après la loi des probabilités totales, on a :

$$P(G) = P(C \cap G) + P(\bar{C} \cap G) = 0,3 \times 0,9 + 0,28 = 0,27 + 0,28 = 0,55.$$

5. Sachant que Pierre a gagné une nouvelle partie, quelle est la probabilité qu'il ait atteint le centre de la cible? Arrondir le résultat à  $10^{-3}$ .

Il fut calculer  $P_G(C) = \frac{P(G \cap C)}{P(G)} = \frac{P(C \cap G)}{P(G)} = \frac{0,27}{0,55} \approx 0,4909$ , soit 0,491 à  $10^{-3}$  près.