∽ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2 ∾
Corrigé du sujet 21 mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 — 5 points

Question 1

On sait que $u_4 = u_0 + 4a = 3$ et
$u_{10} = u_0 + 10a = 18$ (a étant la raison de la suite). Par différence on obtient :
$u_10 - u_4 = 18 - 3 = 6a$ ou $6a = 15$ ou encore $2a = 5$ et $a = \dfrac{5}{2}$.
On en déduit que $u_0 = u_4 - 4a = 3 - 4 \times \frac{5}{2} = 3 - 10 = -7$.
Donc en particulier : $u_{12} = u_0 + 12a = -7 + 12 \times \frac{5}{2} = -7 + 30 = 23$.

Question 2

$S = 2 + 3 + 4 + \dots + 999 + 1\,000$ et
$S = 1\,000 + 999 + 998 + \ldots + 3 + 2$; en sommant par colonne :
$2S = 1\,002 + 1\,002 + \ldots 1\,002 = 999 \times 1\,002$ d'où $S = 999 \times 501 = 500\,499$.

Question 3

On sait que quel que soit le naturel n, $\quad v_n = -3 \times 0,3^n$.
Or $\lim\limits_{n \to +\infty} 0,3^n = 0$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} -3 \times 0,3^n = 0$.

Question 4

Le coefficient $a = -2 < 0$, donc la parabole est tournée vers le bas : elle est donc croissante sur $]-\infty\,;\,-2[$, le maximum étant $f(-2) = -3$, puis décroissante sur $[-2\,;\,+\infty[$.

Question 5

Pour le trinôme $x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$, les racines sont 2 et 3. On sait que ce trinôme est positif sauf sue l'intervalle $]2\,;\,3[$ où $f(x) < 0$.

EXERCICE 2 — 5 points

1. À la sortie du four $t = 0$, donc $f(0) = 1\,375\mathrm{e}^{-0,075\times 0} + 25 = 1\,375 + 23 = 1\,400$.
2. La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,+\infty[$ et sur cet intervalle :
   $f'(t) = 1\,375 \times (-0,075)\mathrm{e}^{-0,075t} = -103,125\mathrm{e}^{-0,075t}$.
   Comme quel que soit t, $\quad \mathrm{e}^{-0,075t} > 0$, on a donc $f'(t) < 0$: la fonction f est donc strictement décroissante de 1 400 à 25.
   Ce résultat était prévisible car la pièce ne peut que se refroidir et atteindre la température ambiante.
3. On a $f(10) = 1375\mathrm{e}^{-0,075\times 10} + 25 \approx 674,4$: la pièce ne peut être travaillée car trop chaude.
   $f(14) = 1375\mathrm{e}^{-0,075\times 14} + 25 \approx 506,2$: la pièce peut être travaillée mais pour peu de temps.
4. **a.** Voir à la fin.
   b. On trouve $t = 17,3$ h, soit environ 17 h 18 min.

EXERCICE 3 — 5 points

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$, on considère les points A(4 ; −1), B(3 ; 4) et C(−1 ; 1).

1. $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\binom{-1}{5}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AC}}\binom{-5}{2}$, d'où $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}} = 5 + 10 = 15$.
2. **a.** Soit $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AD}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \left(\overrightarrow{\mathrm{AC}} + \overrightarrow{\mathrm{CD}}\right) = \overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}}$, car $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ sont orthogonaux.
   b. $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AD}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}}$ soit AB × AD = 15.
   Or $\mathrm{AB}^2 = 1 + 25 = 26$, donc $\mathrm{AB} = \sqrt{26}$, donc $\mathrm{AD} = \dfrac{15}{\sqrt{26}}$.

3. Dans le triangle ACD rectangle en D, le théorème de Pythagore s'écrit :

$\text{CD}^2+\text{AD}^2=\text{AC}$ soit $\text{CD}^2+\left(\dfrac{15}{\sqrt{26}}\right)^2=5^2+2^2=29$, d'où $\text{AD}^2=29-\dfrac{225}{26}=\dfrac{29\times 26-225}{26}=\dfrac{754-225}{26}=\dfrac{529}{26}$. Donc la hauteur du triangle ABC issue de C a pour longueur, $\text{CD}=\sqrt{\dfrac{529}{26}}$.

4. En prenant comma base [AB], avec $\text{AB}=\sqrt{26}$ et comme hauteur [CD], avec $\text{CD}=\sqrt{\dfrac{529}{26}}$.

$$\mathcal{A}(\text{ABC})=\frac{\text{AB}\times\text{CD}}{2}=\frac{\sqrt{26}\times\sqrt{\dfrac{529}{26}}}{2}=\frac{\sqrt{529}}{2}.$$

Exercice 4 **5 points**

1. • Dans le service A il y a 450 personnes sur un effectif de 1 000, soit une proportion de $p(A)=\dfrac{450}{1\,000}=0,450=0,45$.

• Parmi ces personnes du service A 40 % résident à moins de 30 minutes de l'entreprise, donc $p_A(T)=\dfrac{40}{100}=0,4$.

2. Voir l'annexe.

3. Il faut trouver $p(A\cap T)=p(A)\times p_B(T)=0,45\times 0,4=0,18$.

4. On a dr même $p(B\cap T)=p(B)\times p_A(T)=0,23\times 0,2=0,046$, puis
$p(C\cap T)=p(C)\times p_C(T)=0,32\times 0,8=0,256$.
D'après la loi des probabilités totales :
$p(T)=p(A\cap T)+p(B\cap T)+p(C\cap T)=0,18+0,046+0,256=0,482$.

5. Il faut trouver $p_T(C)=\dfrac{p(T\cap C)}{p(C)}=\dfrac{p(C\cap T)}{p(C)}=\dfrac{0,256}{0,482}\approx 0,531\,1$, soit 0,531 au millième près.

ANNEXES (à rendre avec la copie)

ANNEXE 1 – EXERCICE 2

```
from math import exp
def f(t) :
    return 1375*exp (−0,075 t)+25
def seuil(()
    t=0
     temperature =f(t)
    while temperature >=600
       t=t+0,1
       temperature =f(t)
    return t
```

ANNEXE 2 – EXERCICE 4