∽ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2 ∾
Corrigé du sujet 23 – mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 **5 points**

Question 1

Le coefficient $a = -1 < 0$: la fonction est donc croissante puis décroissante : **a.** et **b.** sont éliminés.
De plus $f(2) = -4 - 2 + 6 = 0$: c'est donc **c.**

Question 2

$A(x) = (\mathrm{e}^x)^2 = \mathrm{e}^{x\times 2} = \mathrm{e}^{2x}$.

Question 3

Les droites ont respectivement pour vecteurs directeurs $\overrightarrow{u}\binom{-1}{2}$ et $\overrightarrow{v}\binom{2}{3}$; ces vecteurs ne sont pas colinéaires, les droites ne sont pas parallèles, elle sont donc sécantes.
La première équation peut s'écrire $y = -1 - 2x$ et en remplaçant dans la seconde équation :
$3x - 2(-1 - 2x) + 5 = 0$ ou $3x + 2 + 4x + 5 = 0$, ou $7x + 7 = 0$, d'où $x = -1$ et $y = -1 + 2 = 1$. Elles sont sécantes en $C(-1\,;\,1)$.

Question 4

Les droites ont respectivement pour vecteurs directeurs $\overrightarrow{u}\binom{-3}{1}$ et $\overrightarrow{v}\binom{1}{3}$; ces vecteurs ne sont pas colinéaires, mais $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v} = -3 + 3 = 0$: les vecteurs sont orthogonaux donc les droites sont perpendiculaires.

Question 5

suite(5) renvoie 12.

EXERCICE 2 **5 points**

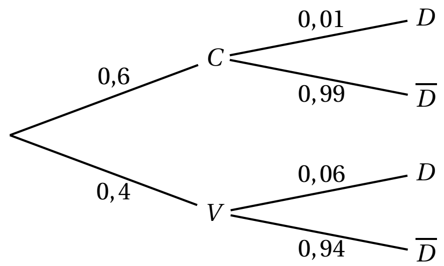
1. Les points de l'axe des ordonnées sont caractérisés par $x = 0$, d'où $f(0) = \dfrac{\mathrm{e}^0}{1+0} = \dfrac{1}{1} = 1$. Donc A(0; 1).
2. Les points de l'axe des abscisses sont caractérisés par $y = 0$, d'où $\dfrac{\mathrm{e}^x}{1+x} = 0$.
   Or sur $[0\,;\,+\infty[$, $\mathrm{e}^x > 0$ et $1 + x \geqslant 1 > 0$, donc $f(x) > 0$: la courbe $\mathcal{C}_f$ ne coupe pas l'axe des abscisses.
3. Quotient de fonctions dérivables sur $[0\,;\,+\infty[$, f est dérivable sur cet intervalle et
   $f'() = \dfrac{\mathrm{e}^x(1+x) - 1\mathrm{e}^x}{(1+x)^2} = \dfrac{x\mathrm{e}^x}{(1+x)^2}$.
4. Tous les termes de $f'()$ sont positifs, donc $f'(x) \geqslant 0$: la fonction f est croissante sur $[0\,;\,+\infty[$.
5. Une équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point B d'abscisse 1,6 est :
   $M(x\,;\,y) \in \mathcal{T} \iff y - f(1,6) = f'(1,6)(x - 1,6)$.
   Avec $f(1,6) = \dfrac{\mathrm{e}^{1,6}}{2,6}$ et $f'(1,6) = \dfrac{1,6\mathrm{e}^{1,6}}{2,6^2}$ l'équation devient :
   $M(x\,;\,y) \in \mathcal{T} \iff y - \dfrac{\mathrm{e}^{1,6}}{2,6} = \dfrac{1,6\mathrm{e}^{1,6}}{2,6^2}(x - 1,6)$.
   Donc $\mathrm{O}(0\,;\,) \in \mathcal{T} \iff 0 - \dfrac{\mathrm{e}^{1,6}}{2,6} = \dfrac{1,6\mathrm{e}^{1,6}}{2,6^2}(0 - 1,6) \iff \dfrac{\mathrm{e}^{1,6}}{2,6} - \dfrac{1,6\mathrm{e}^{1,6}}{2,6^2} = 0$ égalité qui est fausse.
   Donc O n'appartient pas à $\mathcal{C}_f$.
   Remarque : le texte donnait A mais A était déjà défini autrement

EXERCICE 3 **5 points**

1.

	nombre de chaudières à cheminée	nombre de chaudières à ventouse	Total
nombre de chaudières défectueuses	9	36	45
nombre de chaudières non défectueuses	891	564	1 455
Total	900	600	1 500

2. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



3. • On a $P(C \cap D) = P(C) \times P_C(D) = 0,6 \times 0,01 = 0,006$;

• On a $P(V \cap D) = P(V) \times P_V(D) = 0,4 \times 0,06 = 0,024$.

D'après la loi des probabilités totales :

$p(C) = p(C \cap D) + p(V \cap D) = 0,006 + 0,024 = 0,03$.

4. On a $P_D(V) = \dfrac{P(D \cap V)}{P(D)} = \dfrac{P(V \cap D)}{P(D)} = \dfrac{0,024}{0,03} = \dfrac{24}{30} = \dfrac{8}{10} = 0,8$.

80 % des chaudières défectueuses sont à ventouses.

5. On a $P(V) \times P(D) = 0,4 \times 0,03 = 0,012$ et $P(V \cap D) = 0,024$: donc les évènements D et V ne sont pas indépendants

EXERCICE 4 **5 points**

1. Étude de l'évolution du nombre de pions blancs

On a $u_n = 0 + 10n$, la suite (u_n) est donc une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 0$ et raison 10.

2. Étude de l'évolution du nombre de pions noirs

a. Retrancher 2 % c'est multiplier par $1 - \dfrac{2}{100} = 1 - 0,02 = 0,98$.

On a donc $u_1 = u_0 \times 0,98 = 1\,000 \times 0,98 = 980$.

b. Si l'on admet que chaque minute le nombre de pions noirs **restants** diminue de 2 %, alors on a pour tout naturel n, $\;v_{n+1} = 0,98 v_n$ égalité qui montre que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,98 et de premier terme 10 000..

On sait qu'alors pour tout naturel n, $\;v_n = 1\,000 \times 0,98^n$.

Lucas peut gagner la partie si celle-ci dure au moins 45 minutes qui est la durée de la partie : à la fin Lucas aura 430 pions blancs et 419 pions noirs.